FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA

GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

UVOD U DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZU
- VEŽBA 4 -

NOVI SAD, 2023

Pelzer-ova metoda

- Metoda je bazirana na ispitivanju podudarnosti koordinata tačaka, dobijenih izravnanjem geodetske mreže u dve epohe. Svaka epoha merenih veličina izravnava se nezavisno, uz pretpostavku da merene veličine sadrže samo slučajne greške koje su normalno raspoređene.
- Postupak deformacione analize odvija se kroz sledeće faze:
  - Ispitivanje homogenosti tačnosti merenja iz dve epohe;
  - Ispitivanje podudarnosti mreže u dve epohe;
  - Ispitivanje podudarnosti osnovnih tačaka mreže u dve epohe;
  - Lokalizacija nestabilnih tačaka osnovne mreže;
  - Ispitivanje podudarnosti tačaka na objektu.

Ispitivanje homogenosti tačnosti merenja iz dve epohe merenja

- Iz izravnanja dve epohe dobijaju se *a posteriori* varijanse $\hat{\sigma}_{0_1}^2 = m_{0_1}^2$ i $\hat{\sigma}_{0_2}^2 = m_{0_2}^2$ pa je neophodno utvrditi da li merene veličine u obe epohe imaju homogenu tačnost.
- Hipoteze

$$H_0 \colon M\left(\hat{\sigma}_{0_1}^2\right) = M\left(\hat{\sigma}_{0_2}^2\right) = \sigma_0^2 \quad \text{protiv} \quad H_a \colon M\left(\hat{\sigma}_{0_1}^2\right) \neq M\left(\hat{\sigma}_{0_2}^2\right) \neq \sigma_0^2$$

- Test statistika

$$T = \frac{\hat{\sigma}_{0_1}^2}{\hat{\sigma}_{0_2}^2} \sim F_{f_1,f_2} \quad \text{za} \quad \hat{\sigma}_{0_1}^2 > \hat{\sigma}_{0_2}^2 \quad \text{ili} \quad T = \frac{\hat{\sigma}_{0_2}^2}{\hat{\sigma}_{0_1}^2} \sim F_{f_2,f_1} \quad \text{za} \quad \hat{\sigma}_{0_2}^2 > \hat{\sigma}_{0_1}^2$$

f_1 i f_2 broj stepeni slobode u nultoj i kontrolnoj epohi merenja.

Ispitivanje homogenosti tačnosti merenja iz dve epohe merenja

- Ukoliko je $T \leq F_{1-\alpha,f_1,f_2}$ nulta hipoteza se ne odbacuje i računa se jedinstvena eksperimentalna varijansa:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{f_1\hat{\sigma}_{0_1}^2 + f_2\hat{\sigma}_{0_2}^2}{f}, \ \ f = f_1 + f_2.$$

Merenja jesu homogene tačnosti!

- Ukoliko je $T > F_{1-\alpha,f_1,f_2}$ nulta hipoteza se odbacuje.

Merenja nisu homogene tačnosti. Postupak deformacione analize je završen.

Ispitivanje podudarnosti tačaka mreže u dve epohe merenja

- Podudarnost mreže ispituje se pomoću testova matematičke statistike.
- Hipoteze

$$H_0: M(\hat{\mathbf{x}}_1) = M(\hat{\mathbf{x}}_2) \quad \text{protiv} \quad H_a: M(\hat{\mathbf{x}}_1) \neq M(\hat{\mathbf{x}}_2)$$

$\hat{\mathbf{x}}_1$ i $\hat{\mathbf{x}}_2$ vektori izravnatih koordinata nulte i kontrolne epohe merenja.

- Srednje neuklapanje

$$\theta^2 = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+} \mathbf{d}}{h}, \quad \mathbf{d} = \hat{\mathbf{x}}_2 - \hat{\mathbf{x}}_1, \quad \mathbf{Q}_{\mathbf{d}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2}$$

$\mathbf{d}$ – vektor pomeranja, $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}$ – pseudoinverzija kofaktorske matrice pomeranja i $h = u - d$ – rang kofaktorske matrice pomeranja $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}$.

Ispitivanje podudarnosti tačaka mreže u dve epohe merenja

- Test statistika

$$T = \frac{\theta^2}{\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{h,f}$$

Ukoliko je $T \leq F_{1-\alpha,h,f}$ nulta hipoteza se ne odbacuje, odnosno mreža je podudarna u dve epohe.

Ukoliko je $T > F_{1-\alpha,h,f}$ nulta hipoteza se odbacuje, odnosno mreža nije podudarna u dve epohe.

Ispitivanje podudarnosti osnovnih tačaka mreže u dve epohe merenja

- Ukoliko se ustanovi da geodetska mreža nije podudarna u dve epohe vrši se ispitivanje podudarnosti osnovnih tačaka mreže.
- Hipoteze

$$H_0\colon M(\hat{\mathbf{x}}_{S1}) = M(\hat{\mathbf{x}}_{S2}) \quad \text{protiv} \quad H_a\colon M(\hat{\mathbf{x}}_{S1}) \neq M(\hat{\mathbf{x}}_{S2})$$

$\hat{\mathbf{x}}_{S1}$ i $\hat{\mathbf{x}}_{S2}$ vektori izravnatih koordinata osnovnih tačaka iz nulte i kontrolne epohe merenja.

Vektor pomeranja $\mathbf{d}$ i pseudoinverzija kofaktorske matrice pomeranja $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}$ se dekomponuju na sledeći način:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_S \\ \mathbf{d}_O \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+} = \mathbf{P}_{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{SS} & \mathbf{P}_{SO} \\ \mathbf{P}_{OS} & \mathbf{P}_{OO} \end{bmatrix}$$

Oznaka S se odnosi na tačke osnovne mreže, a oznaka O na tačke koje reprezentuju objekat.

Ispitivanje podudarnosti osnovnih tačaka mreže u dve epohe merenja

- Srednje neuklapanje

$$\theta_S^2 = \frac{\mathbf{d}_S^T \overline{\mathbf{P}}_{SS} \mathbf{d}_S}{h_S}$$

$\overline{\mathbf{P}}_{SS} = \mathbf{P}_{SS} - \mathbf{P}_{SO} \mathbf{P}_{OO}^{-1} \mathbf{P}_{OS}$ i $h_S = rank(\overline{\mathbf{P}}_{SS})$.

- Test statistika

$$T = \frac{\theta_S^2}{\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{h_S, f}$$

Ako je $T \leq F_{1-\alpha, h_S, f}$ nulta hipoteza se ne odbacuje, odnosno tačke osnovne mreže su podudarne u dve epohe.

Ako je $T > F_{1-\alpha, h_S, f}$ nulta hipoteza se odbacuje, odnosno …

Lokalizacija nestabilnih tačaka osnovne mreže

- Ukoliko tačke osnovne mreže nisu podudarne u vremenskom intervalu između dve epohe sprovodi se postupak lokalizacije nestabilnih tačaka osnovne mreže.
- Vektor pomeranja $\mathbf{d}_S$ i odgovarajuća matrica $\overline{\mathbf{P}}_{SS}$ dekomponuju se na sledeći način:

$$\mathbf{d}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_F \\ \mathbf{d}_B \end{bmatrix} \quad \overline{\mathbf{P}}_{\mathrm{SS}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{FF} & \mathbf{P}_{FB} \\ \mathbf{P}_{BF} & \mathbf{P}_{BB} \end{bmatrix}$$

Oznaka F odnosi se na osnovne tačke koje se smatraju uslovno stabilnim, a oznaka B na osnovne tačke koje se smatraju uslovno nestabilnim.

Lokalizacija nestabilnih tačaka osnovne mreže

- Srednji rascep θ_j^2 određuje se za svaku tačku osnovne mreže, na sledeći način:

$$\theta_j^2 = \frac{\bar{\mathbf{d}}_{B_j}^T \mathbf{P}_{BB_j} \bar{\mathbf{d}}_{B_j}}{h_{B_j}}, (j = 1,2, \dots, k),$$

$$\bar{\mathbf{d}}_B = \mathbf{d}_B + \mathbf{P}_{BB}^{-1} \mathbf{P}_{BF} \mathbf{d}_F.$$

U skupu k vrednosti $\theta_j (j = 1,2, \dots, k)$ uočava se maksimalna vrednost $\theta_{max}^2 = max \theta_j^2$ i tačka na koju se odnosi maksimalna vrednost smatra se nestabilnom. Ova tačaka izbacuje se iz skupa osnovnih tačaka i u daljem postupku posmatra se kao tačka na objektu.

Lokalizacija nestabilnih tačaka osnovne mreže

- Za preostalih $k - 1$ tačaka osnovne mreže određuje se srednje neuklapanje:

$$\theta^2_{REST} = \frac{\mathbf{d}_F^T \overline{\mathbf{P}}_{FF} \mathbf{d}_F}{h_F},$$

$\overline{\mathbf{P}}_{FF} = \mathbf{P}_{FF} - \mathbf{P}_{FB}\mathbf{P}_{BB}^{-1}\mathbf{P}_{BF}$ i $h_F = rank(\overline{\mathbf{P}}_{FF})$.

- Test statistika

$$T = \frac{\theta^2{}_{REST}}{\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{h_F, f}$$

Ako je $T \leq F_{1-\alpha, h_F, f}$ nulta hipoteza se ne odbacuje, odnosno smatra se da je svih $k - 1$ osnovnih tačaka stabilno. Ako je $T > F_{1-\alpha, h_F, f}$ nulta hipoteza se odbacuje, odnosno među $k - 1$ osnovnih tačaka još uvek ima nestabilnih tačaka. Na ovaj način potrebno je identifikovati sve nestabilne (pomerene) tačke osnovne mreže.

Ispitivanje podudarnosti tačaka na objektu u dve epohe

- Vektor pomeranja $\mathbf{d}$ i pseudoinverzija kofaktorske matrice pomeranja $\mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+}$ dekomponuju se na sledeći način:

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_F \\ \mathbf{d}_O \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}_{\mathbf{d}}^{+} = \mathbf{P}_{\mathbf{d}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{FF} & \mathbf{P}_{FO} \\ \mathbf{P}_{OF} & \mathbf{P}_{OO} \end{bmatrix}$$

Oznaka F odnosi se na osnovne tačke koje su identifikovane kao stabilne, dok se oznaka O odnosi na tačke osnovne mreže koje su identifikovane kao nestabilne i tačke na objektu.

- Hipoteze

$$H_0: M(\hat{\mathbf{x}}_{O1}) = M(\hat{\mathbf{x}}_{O2}) \quad \text{protiv} \quad H_a: M(\hat{\mathbf{x}}_{O1}) \neq M(\hat{\mathbf{x}}_{O2})$$

$\hat{\mathbf{x}}_{O1}$ i $\hat{\mathbf{x}}_{O2}$ vektori izravnatih koordinata tačaka na objektu iz nulte i kontrolne epohe merenja.

Ispitivanje podudarnosti tačaka na objektu u dve epohe

- Srednje neuklapanje

$$\theta_O^2 = \frac{\bar{\mathbf{d}}_O^T \mathbf{P}_{OO} \bar{\mathbf{d}}_O}{h_O},$$

$\bar{\mathbf{d}}_O = \mathbf{d}_O + \mathbf{P}_{OO}^{-1} \mathbf{P}_{OF} \mathbf{d}_F$ i $h_O = rank(\mathbf{P}_{OO})$.

- Test statistika

$$T = \frac{\theta_O^2}{\hat{\sigma}_0^2} \sim F_{h_O,f}$$

Ako je $T \leq F_{1-\alpha,h_O,f}$ nulta hipoteza se ne odbacuje, u suprotnom nulta hipoteza se odbacuje.