FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

UVOD U DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZU
- VEŽBA 5 -

NOVI SAD, 2023

Karlsuhe metoda

- Metoda Karlsruhe bazira se na nezavisnom izravnanju nulte i kontrolne epohe i njihovom zajedničkom izravnanju.
- U prvoj fazi postupka deformacione analize vrši se nezavisno izravnanje opažanja iz dve epohe merenja:

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{A}\mathbf{x}_i + \mathbf{f}_i\ ,\ \ i = 1{,}2$$

$$\Omega_1 = \mathbf{v}_1^T\mathbf{P}\mathbf{v}_1,\ \ \Omega_2 = \mathbf{v}_2^T\mathbf{P}\mathbf{v}_2,\ \ \Omega_0 = \Omega_1 + \Omega_2 = \mathbf{v}^T\mathbf{P}\mathbf{v}$$

b_1 i b_2 brojevi stepeni slobode iz nulte i kontrolne epohe merenja.

$$b = b_1 + b_2$$

Karlsuhe metoda

- U okviru druge faze vrši se zajedničko izravnanje merenih veličina nulte i kontrolne epohe merenja. Pri zajedničkom izravnanju dveju epoha vektor nepoznatih koordinata deli se na tri subvektora:

$$\mathbf{x}^T = \left(\mathbf{z}^T, \mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T\right),$$

$\mathbf{z}$ – subvektor osnovnih tačaka za koje se pretpostavlja da su stabilne.
$\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ – subvektori tačaka za koje se pretpostavlja da su nestabilne.

- Iz zajedničkog izravnanja određuje se kvadratna forma koja sadrži informacije o greškama merenja i o pomeranjima nestabilnih tačaka:

$$\Omega_z = \mathbf{v}_z^T \mathbf{P} \mathbf{v}_z.$$

Ispitivanje stabilnosti osnovnih tačaka mreže

- Na osnovu kvadratnih formi Ω_0 i Ω_z formira se kvadratna forma Ω_h koja sadrži samo informacije o pomeranjima tačaka, na sledeći način

$$\Omega_h = \Omega_z - \Omega_0 = \mathbf{v}_z^T \mathbf{P} \mathbf{v}_z - \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}.$$

- Ispitivanje stabilnosti osnovnih tačaka mreže

$$T = \frac{\Omega_h / f}{\Omega_0 / b} = \frac{(\mathbf{v}_z^T \mathbf{P} \mathbf{v}_z - \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v})}{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}} \frac{b}{f} \quad \sim \quad F_{1-\alpha, f, b}$$

$$b = b_1 + b_2,\, f = (k-1) n p_0 - d$$

b – objedinjeni broj stepeni slobode
k – broj epoha merenja
n – dimenzija geodetske mreže
p_0 – broj osnovnih tačaka mreže (uslovno stabilnih tačaka)
d – defekt geodetske mreže

Ukoliko je $T \leq F_{1-\alpha, f, b}$ konstatujemo da u skupu uslovno stabilnih tačaka nema nestabilnih tačaka. U suprotnom ($T > F_{1-\alpha, f, b}$) tvrdimo da u skupu uslovno stabilnih tačaka ima nestabilnih tačaka.

Utvrđivanje nestabilnih tačaka u skupu osnovnih tačaka mreže

- Kada u skupu osnovnih tačaka mreže postoje nestabilne tačke, potrebno je utvrditi koje su to tačke. U tom cilju ponavljaju se zajednička izravnanja iz kojih se sukcesivno izostavlja po jedna tačka osnovne mreže. Izravnanje u kojem je dobijena minimalna vrednost kvadratne forme Ω_{z} ukazuje da tačku koja je izostavljena pri tom izravnanju treba smatrati nestabilnom tačkom. Ona se definitivno izostavlja iz skupa osnovih tačaka mreže (uslovno stabilnih), a ceo postupka se ponavlja bez nje. Opisani postupak se ponavlja ciklično sve dok ne bude zadovoljen uslov $T \leq F_{1-\alpha,f,b}$.

Lokalizacija deformacija

- Lokalizacija deformacija izvršava se za svaku tačku. U nultoj hipotezi pretpostavlja se da je tačka stabilna, dok se u alternativnoj hipotezi pretpostavlja da je tačka nestabilna:

$$H_0 : M(\hat{\mathbf{d}}_i) = 0 \qquad \text{protiv} \qquad H_a : M(\hat{\mathbf{d}}_i) \neq 0.$$

- Test statistika

$$T_i = \frac{\hat{\mathbf{d}}_i^T \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i}^{-1} \hat{\mathbf{d}}_i}{m \cdot \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{1-\alpha,\, m,\, b}$$

$\hat{\mathbf{d}}_i$ – vektor pomeranja i-te tačke
$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i}$ – kofaktorska matrica pomeranja i-te tačke
$m = rang\left(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}_i}\right)$, odnosno dimenzija geod. mreže

Ukoliko je $T_i \leq F_{1-\alpha,\, m,\, b}$ nulta hipoteza se ne odbacuje, tj. tačka se proglašava stabilnom.

Ukoliko je $T_i > F_{1-\alpha,\, m,\, b}$ nulta hipoteza se odbacuje, tj. tačaka se proglašava nestabilnom.

Lokalizacija deformacija

- Kofaktorska matrica nepoznatih parametra $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}}$ i vektor nepoznatih parametara $\hat{\mathbf{x}}$ iz zajedničkog izravnanja dekomponuju se na sledeći način:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}},\hat{\mathbf{z}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}},\hat{\mathbf{x}}_1} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{z}},\hat{\mathbf{x}}_2} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1,\hat{\mathbf{z}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1,\hat{\mathbf{x}}_1} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1,\hat{\mathbf{x}}_2} \\ \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2,\hat{\mathbf{z}}} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2,\hat{\mathbf{x}}_1} & \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2,\hat{\mathbf{x}}_2} \end{bmatrix} \quad \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}} \\ \hat{\mathbf{x}}_1 \\ \hat{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix}.$$

- Vektor pomeranja $\hat{\mathbf{d}}$ i odgovarajuća kofaktorska matrica pomeranja $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}$ određuju se na sledeći način:

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1,\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2,\hat{\mathbf{x}}_2} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1,\hat{\mathbf{x}}_2} - \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2,\hat{\mathbf{x}}_1}$$

$$\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{x}}_2 - \hat{\mathbf{x}}_1$$