



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



INŽENJERSKA GEODEZIJA

Analitička razrada geometrije projektovanog objekta – I deo

Doc. dr Mehmed Batilović, mast. inž. geodez.

Novi Sad, 2023/2024

1

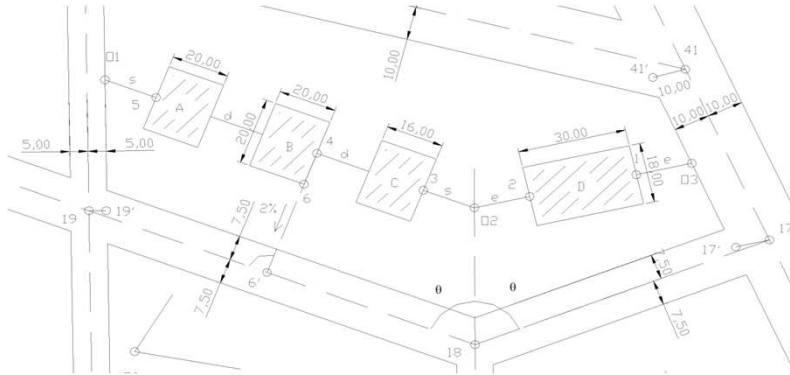
Aproksimacija objekta geometrijskim elementima

- Inženjerski objekti sastoje se od konstruktivnih elemenata (armirano-betonski elementi, čelični elementi).
- Konstruktivni elementi objekata mogu biti:
 - linijski konstruktivni elementi – linijski nosač, štap, greda, stub, konzola;
 - površinski konstruktivni elementi – ravanska rešetka, ram u ravni, ploča i slično;
 - prostorni konstruktivni elementi – prostorna rešetka i ram, ljuska i elementi u obliku drugih geometrijskih tela.
- Projektovani objekti i njihovi konstruktivni elementi aproksimiraju se geometrijskim elementima kao što su: tačka, prava linija, kriva linija, figura u ravni i slično.
- Geometrija objekta – skup geometrijskih elemenata.

2

Aproksimacija objekta geometrijskim elementima

- Analitička razrada geometrije projektovanog objekta – određivanje koordinata i visina karakterističnih tačaka objekta u koordinatnom sistemu geodetske mreže objekta.



3

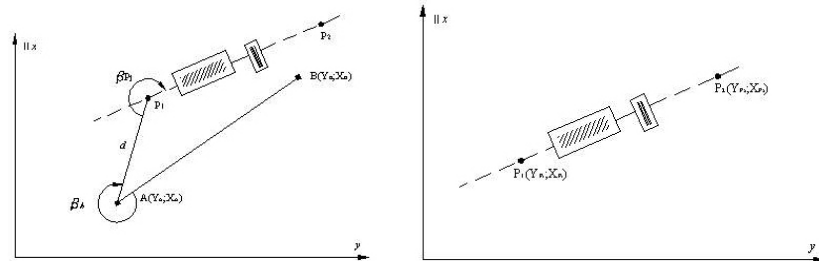
Povezivanje geometrije objekta sa geodetskom mrežom

- Za potrebe analitičke razrade geometrije objekta neophodno je povezati geometriju objekta sa geodetskom mrežom objekta.
- Povezivanje geometrije objekta sa geodetskom mrežom objekta podrazumeva određivanje koordinata glavnih tačaka objekta u koordinatnom sistemu geodetske mreže.
- Budući da su danas sve geodetske podloge u digitalnom obliku koordinate glavnih tačaka objekta mogu se očitati u odgovarajućem softveru (AutoCAD, MicroStation).

4

Povezivanje geometrije objekta sa geodetskom mrežom

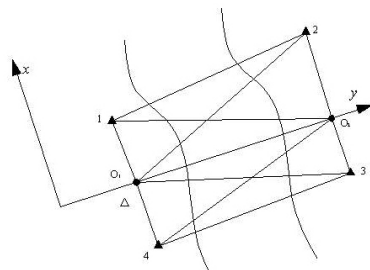
- Ukoliko se koriste analogne geodetske podloge, određivanje koordinata glavnih tačaka objekta vrši se grafičkim očitavanjem dužina i uglova ili grafičkim očitavanjem koordinata glavnih tačaka sa podloga.



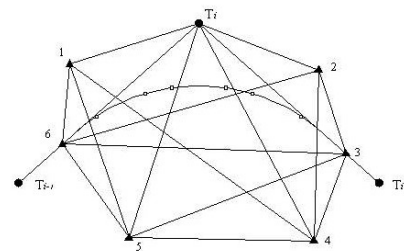
5

Povezivanje geometrije objekta sa geodetskom mrežom

- Geodeta zajedno sa projektantom objekta odlazi na zemljište koje je predviđeno za izgradnju objekta, i na licu mesta određuju se lokacije dve, tri ili četiri tačke koje treba da definišu osu projektovanog objekta.



Pravolinijska osa – dve tačke



Krivolinijska osa – tri ili više tačke

6

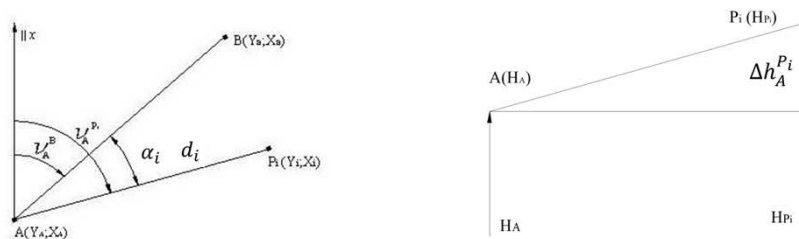
Analitička razrada geometrije objekta

➤ Koordinate i kote karakterističnih tačaka objekta određuju se na osnovu koordinata i kota tačaka geodetske mreže objekta i formula za:

- računanje koordinata tačaka na liniji i upravnoj;
- računanje koordinata tačke na preseku dva pravca;
- računanje koordinata tačaka u preseku linije i kružnice;
- računanje koordinata tačaka u preseku dve kružnice;
- računanje koordinata tačaka na kružnoj liniji;
- i slično.

7

Opšti slučaj računanja koordinata/kote tačke



Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, d_i, \alpha_i, H_A, \Delta h_A^{P_i}$.

Nepoznato: $Y_{P_i}, X_{P_i}, H_{P_i}$.

$$Y_{P_i} = Y_A + d_i \sin(v_A^{P_i})$$

$$X_{P_i} = X_A + d_i \cos(v_A^{P_i})$$

$$H_{P_i} = H_A + \Delta h_A^{P_i}$$

$$v_A^{P_i} = v_A^B + \alpha_i$$

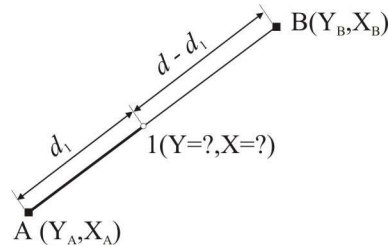
$$v_A^B = \arctg\left(\frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A}\right)$$

8

Računanje koordinata jedne tačke koja se nalazi na pravoj liniji

Dato: Y_A, X_A, Y_B, X_B, d_1 .

Nepoznato: Y_1, X_1 .



Kontrola računanja:

$$Y_1 = Y_A + d_1 \cdot \sin(v_A^B)$$

$$X_1 = X_A + d_1 \cdot \cos(v_A^B)$$

$$Y_1 = Y_B + (d - d_1) \cdot \sin(v_B^A)$$

$$X_1 = X_B + (d - d_1) \cdot \cos(v_B^A)$$

9

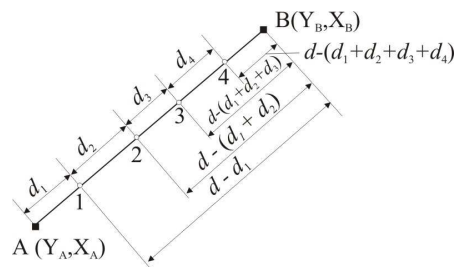
Računanje koordinata više tačaka koje se nalaze na pravoj liniji

Dato:

$Y_A, X_A, Y_B, X_B, d_1, d_2, d_3, d_4$.

Nepoznato:

$Y_1, X_1, Y_2, X_2, Y_3, X_3, Y_4, X_4$.



$$\left. \begin{aligned} Y_i &= Y_A + \sum_{j=1}^i d_j \cdot \sin(v_A^B) \\ X_i &= X_A + \sum_{j=1}^i d_j \cdot \cos(v_A^B) \end{aligned} \right\} i = 1, \dots, 4$$

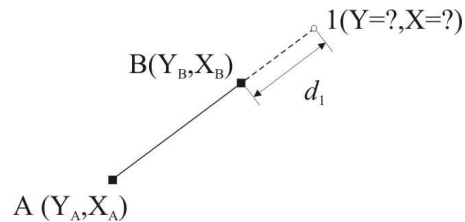
Kontrola računanja preko tačke B.

10

Računanje koordinata tačke na produžetku prave linije

Dato: Y_A, X_A, Y_B, X_B, d_1 .

Nepoznato: Y_1, X_1 .



Kontrola računanja:

$$Y_1 = Y_A + (d_{AB} + d_1) \cdot \sin(v_A^B)$$

$$Y_1 = Y_B + d_1 \cdot \sin(v_A^B)$$

$$X_1 = X_A + (d_{AB} + d_1) \cdot \cos(v_A^B)$$

$$X_1 = X_B + d_1 \cdot \cos(v_A^B)$$

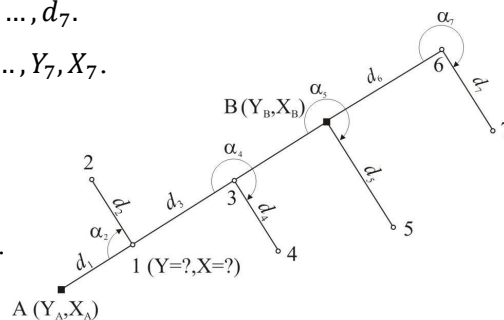
11

Računanje koordinata tačaka na linijama upravnim na definisani pravac

Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, d_1, d_2, \dots, d_7$.

Nepoznato: $Y_1, X_1, Y_2, X_2, \dots, Y_7, X_7$.

Koordinate tačaka 1, 3 i 6 se računaju na osnovu formula koje su prikazane na prethodnim slajdovima.



$$Y_2 = Y_1 + d_2 \cdot \sin(v_A^B - 90^\circ)$$

$$Y_5 = Y_B + d_5 \cdot \sin(v_A^B + 90^\circ)$$

$$X_2 = X_1 + d_2 \cdot \cos(v_A^B - 90^\circ)$$

$$X_5 = X_B + d_5 \cdot \cos(v_A^B + 90^\circ)$$

12

Računanje koordinata tačke na preseku dva pravca – presek pravaca napred

Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, \alpha_{A1}, \beta_{B1}$.

Nepoznato: Y_1, X_1 .

Sinusna teorema:

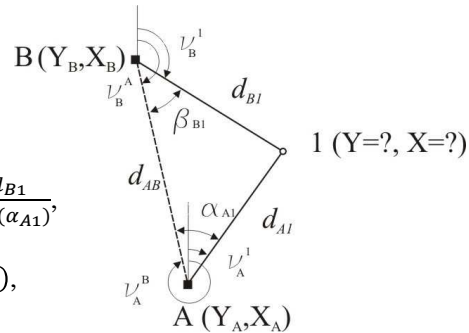
$$\frac{d_{AB}}{\sin(180^\circ - \alpha_{A1} - \beta_{B1})} = \frac{d_{A1}}{\sin(\beta_{B1})} = \frac{d_{B1}}{\sin(\alpha_{A1})},$$

$$d_{A1} = \frac{d_{AB}}{\sin(180^\circ - \alpha_{A1} - \beta_{B1})} \cdot \sin(\beta_{B1}),$$

$$d_{B1} = \frac{d_{AB}}{\sin(180^\circ - \alpha_{A1} - \beta_{B1})} \cdot \sin(\alpha_{A1}).$$

$$Y_1 = Y_A + d_{A1} \cdot \sin(\nu_A^B + \alpha_{A1}) \quad Y_1 = Y_B + d_{B1} \cdot \sin(\nu_B^A - \beta_{B1})$$

$$X_1 = X_A + d_{A1} \cdot \cos(\nu_A^B + \alpha_{A1}) \quad X_1 = X_B + d_{B1} \cdot \cos(\nu_B^A - \beta_{B1})$$



Kontrola računanja:

13

Računanje koordinata tačke na preseku dve prave linije – presek pravaca napred

Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, Y_C, X_C, Y_D, X_D$.

Nepoznato: Y_1, X_1 .

Rešavanje trougla AC1:

$$\alpha = \nu_A^D - \nu_A^C, \beta = \nu_C^A - \nu_C^B,$$

$$\frac{d_{AC}}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)} = \frac{d_{A1}}{\sin(\beta)} = \frac{d_{C1}}{\sin(\alpha)},$$

$$d_{A1} = \frac{d_{AC}}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)} \cdot \sin(\beta),$$

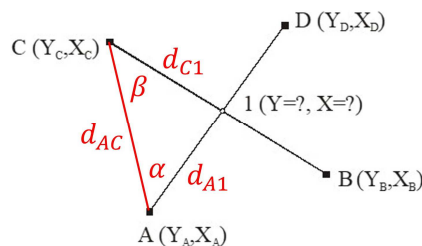
$$d_{C1} = \frac{d_{AC}}{\sin(180^\circ - \alpha - \beta)} \cdot \sin(\alpha).$$

$$Y_1 = Y_C + d_{C1} \cdot \sin(\nu_C^B)$$

$$X_1 = X_C + d_{C1} \cdot \cos(\nu_C^B)$$

$$Y_1 = Y_A + d_{A1} \cdot \sin(\nu_A^D)$$

$$X_1 = X_A + d_{A1} \cdot \cos(\nu_A^D)$$



14

Računanje koordinata tačaka na preseku prave linije i kružnice

Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, Y_C, X_C, R$.

Nepoznato: Y_1, X_1, Y_2, X_2 .

Rešavanje trougla AC1:

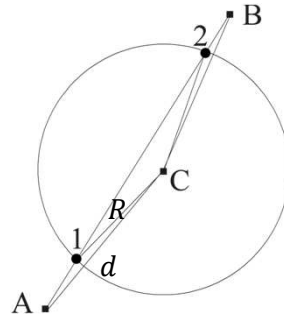
$$d = \sqrt{(Y_C - Y_A)^2 + (X_C - X_A)^2}, R = d_{C1}$$

$$\angle A = \alpha = \nu_A^C - \nu_A^B, \angle 1 = \beta, \angle C = \gamma,$$

$$\frac{R}{\sin(\alpha)} = \frac{d}{\sin(\beta)} = \frac{d_{A1}}{\sin(\gamma)} \Rightarrow$$

$$\beta = \arcsin\left(\frac{d \sin(\alpha)}{R}\right),$$

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta, d_{A1} = \frac{R}{\sin(\alpha)} \cdot \sin(\gamma).$$



$$Y_1 = Y_A + d_{A1} \cdot \sin(\nu_A^B)$$

$$X_1 = X_A + d_{A1} \cdot \cos(\nu_A^B)$$

15

Računanje koordinata tačaka na preseku dve kružnice – lučni presek

Dato: $Y_{C_1}, X_{C_1}, Y_{C_2}, X_{C_2}, R_1, R_2$.

Nepoznato: Y_1, X_1, Y_2, X_2 .

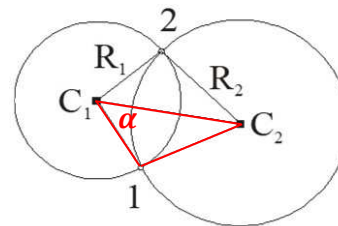
Rešavanje trougla C_11C_2 :

$$d = \sqrt{(Y_{C_1} - Y_{C_2})^2 + (X_{C_1} - X_{C_2})^2},$$

$$\angle C_1 = \alpha, \angle 1 = \beta, \angle C_2 = \gamma,$$

$$R_2^2 = d^2 + R_1^2 - 2dR_1 \cos(\alpha),$$

$$\Rightarrow \alpha = \arccos\left(\frac{d^2 + R_1^2 - R_2^2}{2dR_1}\right).$$



Kosinusna teorema:

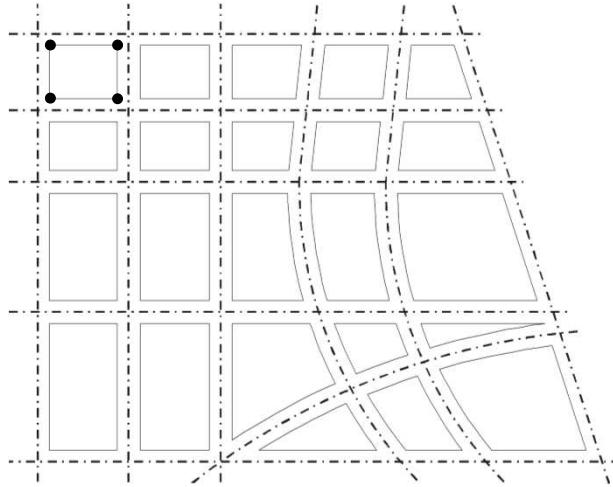
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$Y_1 = Y_{C_1} + R_1 \cdot \sin(\nu_{C_1}^{C_2} + \alpha)$$

$$X_1 = X_{C_1} + R_1 \cdot \cos(\nu_{C_1}^{C_2} + \alpha)$$

16

Računanje koordinata tačaka na temenima građevinskog bloka

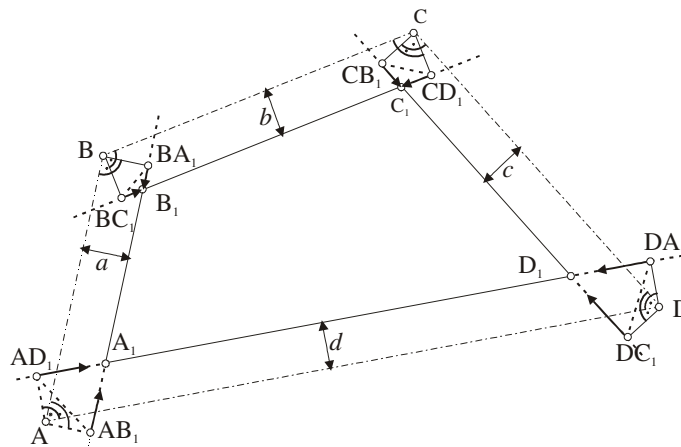


17

Računanje koordinata tačaka na temenima građevinskog bloka

Dato: $Y_A, X_A, Y_B, X_B, Y_C, X_C, Y_D, X_D$.

Nepoznato: $Y_{A_1}, X_{A_1}, Y_{B_1}, X_{B_1}, Y_{C_1}, X_{C_1}, Y_{D_1}, X_{D_1}$.



18



PITANJA?