



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



INŽENJERSKA GEODEZIJA

Analitička razrada geometrije projektovanog objekta – II deo

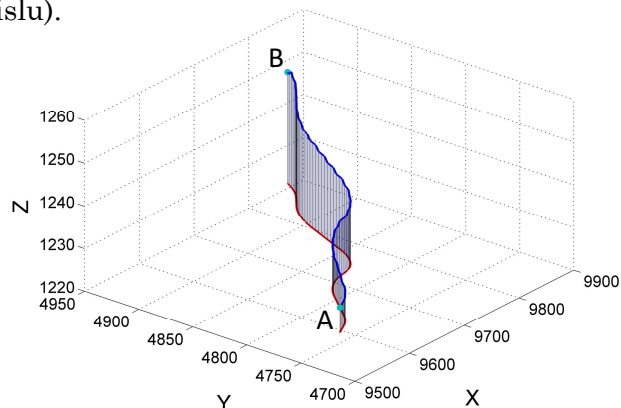
Doc. dr Mehmed Batilović, mast. inž. geodez.

Novi Sad, 2023/2024

1

Trasa saobraćajnice

- Trasa saobraćajnice – prostorno definisana osovina saobraćajnice (određena u položajnom i visinskom smislu).

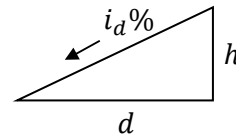


2

Trasiranje saobraćajnice

- Najpovoljniji položaj trase saobraćajnice određuje se pomoću nulte linije – putanja konstantnog nagiba koja spaja početnu i krajnju tačku saobraćajnice.
- Prognozni uzdužni nagib i korak za trasiranje određuju se na sledeći način:

$$i_d = \frac{\Delta H \cdot 100}{\alpha \cdot \Delta L}, \quad d = \frac{h}{i_d} \cdot 100 \cdot \frac{1}{M},$$

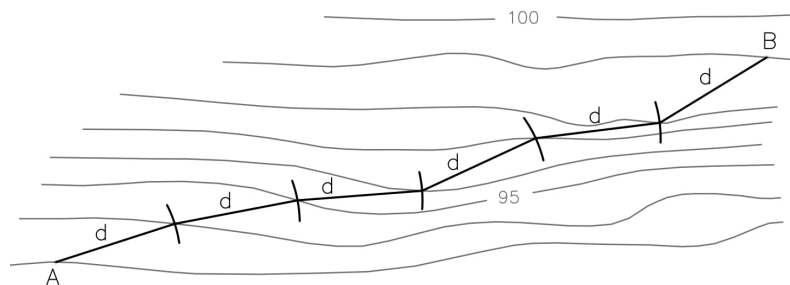


gde su: ΔH i ΔL visinska razlika i rastojanje između početne i krajnje tačke saobraćajnice, α koeficijent razvijanja trase ($\alpha \approx 1.05 - 1.15$), h ekvidistanca i M imenilac razmere.

3

Trasiranje saobraćajnice

- Prelomne tačke nulte linije određuju se postupkom „koračanja” u kojem se polazi od početne tačke A i svaki put „zakorači” šestarom na višu ili nižu izohipsu prema krajnjoj tački B .

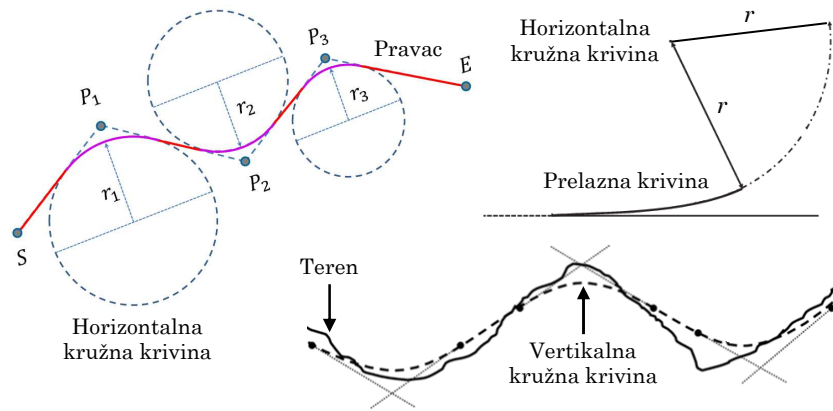


Nulta linija – mali zemljani radovi – male brzine

4

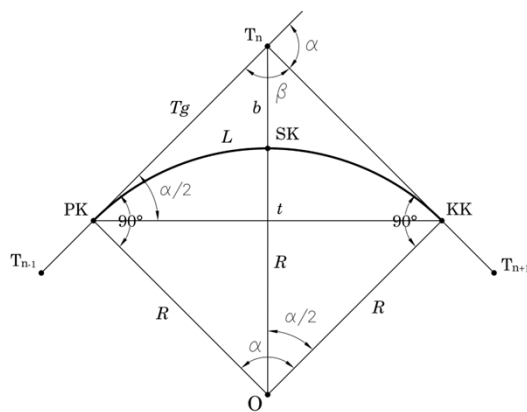
Trasiranje saobraćajnice

➤ Nulta linija se zamenjuje pravicima, odnosno tangentama, između kojih se na odgovarajući način konstruišu krivine.



5

Elementi horizontalne kružne krivine



PK – početak krivine
 SK – sredina krivine
 KK – kraj krivine
 O – centar krivine
 R – poluprečnik kružnog luka
 α – skretni (centralni) ugao
 β – prelomni ugao
 Tg – tangenta
 b – bisektrisa
 L – dužina kružnog luka
 t – tetiva

6

Karakteristike horizontalne kružne krivine

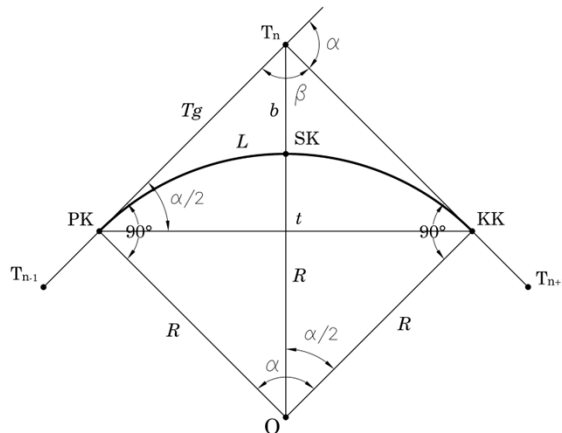
- Horizontalna kružna krivina je geometrijski element koji na najjednostavniji način omogućava prilagođavanje trase puta terenu kroz koji prolazi.
- Ključne osobine horizontalne kružne krivine:
 - konstantna zakrivljenost $C = 1/R$;
 - centralni ugao jednak je skretnom uglu;
 - ugao između tangente i tetive jednak je polovini centralnog ugla.
- Poluprečnik kružne krivine zavisi od projektovane brzine i uslova poprečne stabilnosti vozila, odnosno veličine radijalnog koeficijenta otpora klizanja i najvećeg poprečnog nagiba kolovoza.

7

Određivanje elemenata kružne krivine

Dato: $R, \alpha = v_{T_n}^{T_{n+1}} - v_{T_{n-1}}^{T_n}$.

Nepoznato: Tg, b, L, t .



$$Tg = R \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$L = \frac{R \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ}$$

$$t = 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R}{R + b}$$

$$\Rightarrow b = \frac{R}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - R$$

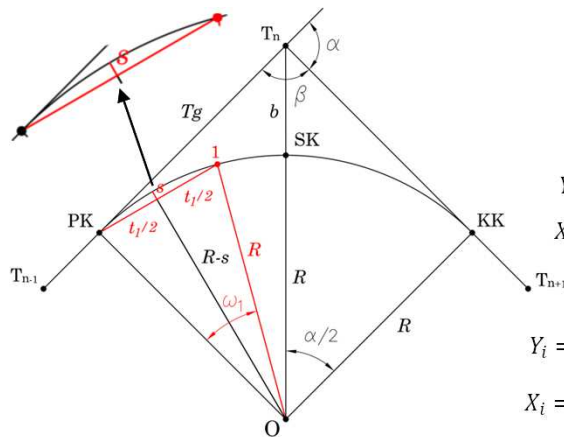
$$\Rightarrow b = R \left(\frac{1}{\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} - 1 \right)$$

8

Određivanje koordinata detaljnih tačaka kružne krivine na osnovu strele luka

Dato: $R, \alpha, Tg, b, L, t, Y_{PK}, X_{PK}, \dots, Y_O, X_O$. Dužina strele luka s se usvaja.

Nepoznato: $Y_1, X_1, Y_2, X_2, \dots, Y_n, X_n$.



$$\left(\frac{t_1}{2}\right)^2 = R^2 - (R-s)^2$$

$$t_1 = 2 \cdot \sqrt{R^2 - (R-s)^2}$$

$$\omega_1 = 2 \cdot \arcsin\left(\frac{t_1}{2 \cdot R}\right)$$

$$Y_1 = Y_O + R \cdot \sin(v_O^{PK} + \omega_1)$$

$$X_1 = X_O + R \cdot \cos(v_O^{PK} + \omega_1)$$

Opšti oblik:

$$Y_i = Y_O + R \cdot \sin\left(v_O^{PK} + \sum_{j=1}^i \omega_j\right)$$

$$X_i = X_O + R \cdot \cos\left(v_O^{PK} + \sum_{j=1}^i \omega_j\right)$$

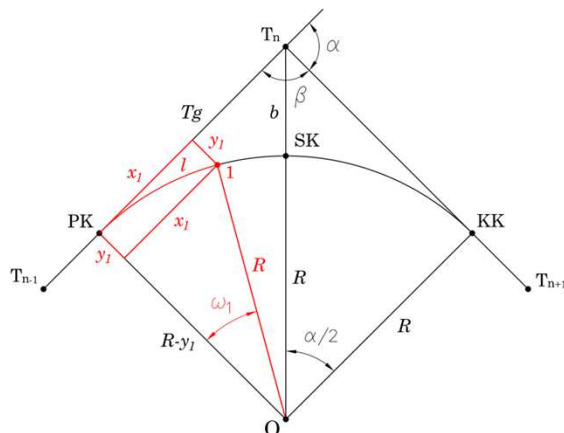
11

Određivanje koordinata detaljnih tačaka kružne krivine u lokalnom sistemu

Dato: R, α .

Nepoznato: $y_1, x_1, y_2, x_2, \dots, y_n, x_n$.

Dužina luka l se usvaja.



$$\omega_1 = \frac{180^\circ \cdot l}{R \cdot \pi}$$

$$x_1 = R \cdot \sin(\omega_1)$$

$$y_1 = R - R \cdot \cos(\omega_1)$$

$$y_1 = R \cdot (1 - \cos(\omega_1))$$

Opšti oblik:

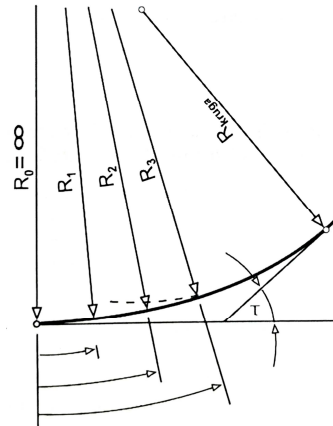
$$x_i = R \cdot \sin\left(\sum_{j=1}^i \omega_j\right)$$

$$y_i = R \cdot \left(1 - \cos\left(\sum_{j=1}^i \omega_j\right)\right)$$

12

Prelazne krivine

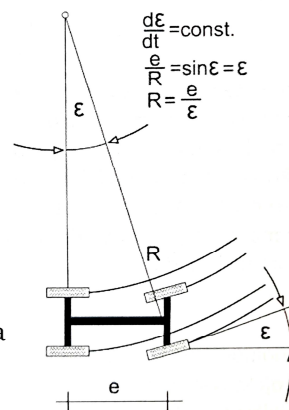
- Prilikom kretanja vozila, usled prelaza iz pravca u kružni luk, na vozilo deluje centrifugalna sila.
- U cilju redukcije uticaja centrifugalne sile potrebno je postepeno smanjivati poluprečnik zakrivljenosti pomoću odgovarajućih prelaznih krivina.
- Prelazna krivina – kriva linija koja poluprečnik zakrivljenosti postepeno smanjuje od vrednosti ∞ koliko iznosi u pravcu do vrednosti poluprečnika kružne krivine R .



13

Prelazne krivine

- Matematički oblik prelazne krivine treba da zadovolji sledeće uslove:
 - linearna promena zakrivljenosti, tj. postepena promena poluprečnika;
 - luk kružne i prelazne krivine treba da ima zajedničku tangentu u dodirnoj tački;
 - pri konstantnoj brzini vozila brzina okretanja prednjih točkova treba da bude konstantna ($d\varepsilon/dt = \text{const.}$).

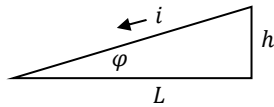


$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} &= \text{const.} \\ \frac{e}{R} &= \sin\varepsilon = \varepsilon \\ R &= \frac{e}{\varepsilon} \end{aligned}$$

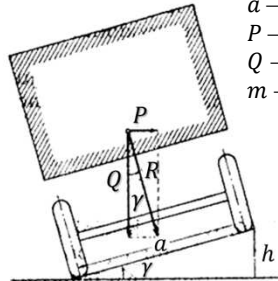
14

Prelazne krivine

Nadvišenje spoljne ivice puta



$h = L \cdot \text{tg}(\varphi)$, $h = L \cdot i$
 i – uzdužni nagib
 L – odstojanje od početka do kraja prelazne krivine



a – razmak točkova
 P – centrifugalna sila
 Q – težina vozila
 m – masa vozila

$$h = a \cdot \sin(\gamma) \approx a \cdot \text{tg}(\gamma) = a \cdot \frac{P}{Q}$$

$$P = m \cdot \frac{v^2}{\rho} = \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{\rho}$$

v – brzina
 ρ – poluprečnik krivine
 g – ubrzanje zemljine teže

$$h = a \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{Q}{g} \cdot \frac{v^2}{\rho} = \frac{a}{g} \cdot \frac{v^2}{\rho}$$

$$L \cdot i = \frac{a}{g} \cdot \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{a \cdot v^2}{L \cdot i \cdot g}$$

$$\frac{a \cdot v^2}{i \cdot g} = C \Rightarrow \rho = \frac{C}{L}$$

$$\rho \cdot L = C = \text{const.}$$

15

Tipovi prelaznih krivina

➤ Klotoida

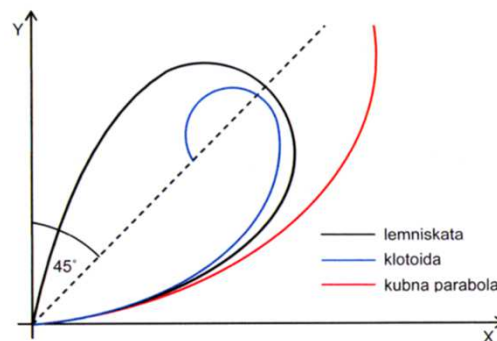
$$R \cdot L = C$$

➤ Kubna parabola

$$R \cdot l_x = C$$

➤ Lemniskata

$$R \cdot t = C$$



16

Klotoida – lučna radoida

➤ Jednačina klotoide obično se prikazuje u parametarskom obliku:

$$R \cdot L = C = A^2,$$

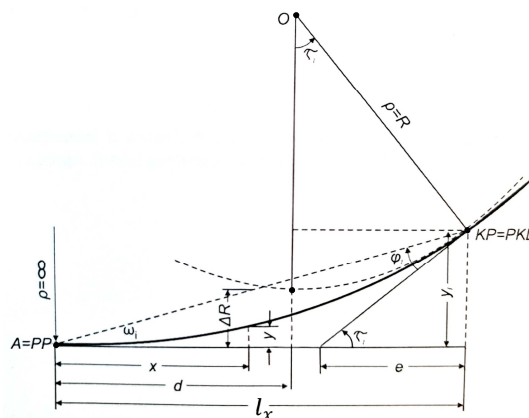
gde je A linearni parametar koji definiše veličinu klotoide.

➤ Jednačinom je predstavljen osnovni oblik klotoide iz kojeg se izvode manji ili veći oblici, množenjem odgovarajućih elemenata klotoide parametrom A .

➤ Proizvod dužine luka i poluprečnika klotoide konstantan je u svakoj tački.

17

Elementi klotoide



PP – početak prelazne krivine

KP – kraj prelazne krivine

R – poluprečnik kružnog luka

L – dužina luka krive

l_x – apscisa tačke KP

y_l – ordinata tačke KP

d – udaljenost PP od teorijskog početka kružne krivine.

ΔR – kružni pomak

e – veličina subtangente

τ_l – ugao između tangente u tački KP i glavne tangente

ω_l – ugao između tangente i tetive

φ_l – ugao između tangente u tački KP i tetive

18

Jednačina klotoide

➤ Ukoliko pretpostavimo da je rastojanje između tačka M i N na klotoidi dovoljno malo da je poluprečnik krivine ρ u obe tačke isti, može se napisati sledeće:

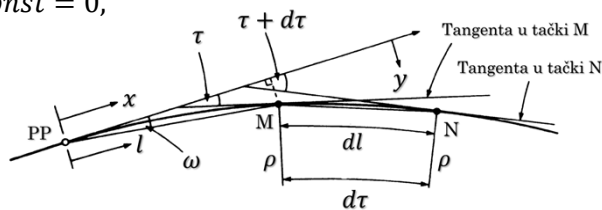
$$dl = \rho \cdot d\tau, \rho \cdot l = C \Rightarrow d\tau = \frac{l}{C} \cdot dl \Rightarrow \tau = \frac{l^2}{2C} + const.$$

➤ Upotrebom graničnih uslova dobija se:

$$l = 0, \tau = 0 \Rightarrow const = 0,$$

$$\tau = \frac{l^2}{2RL},$$

$$\tau_l = \frac{L^2}{2RL} = \frac{L}{2R}.$$



19

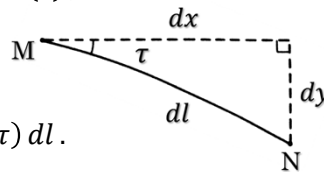
Jednačina klotoide

➤ Budući da su tačke M i N veoma bliske, može se pretpostaviti da je dužina luka dl jednaka dužini tetive između tačaka M i N, na osnovu čega se mogu napisati sledeći izrazi:

$$dx = dl \cdot \cos(\tau), \quad dy = dl \cdot \sin(\tau),$$

odnosno

$$x = \int \cos(\tau) dl, \quad y = \int \sin(\tau) dl.$$



➤ Razvojem u red trigonometrijskih funkcija pod integralom i rešavanjem integrala dobijaju se odgovarajući izrazi za računanje pravouglanih koordinata tačaka klotoide.

20

Određivanje elemenata klotoide

➤ Elementi klotoide određuje se pomoću sledećih formula:

$$l_x = L \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right],$$

$$y_l = \frac{L^2}{6R} \cdot \left[1 - \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^2 + \frac{1}{440} \cdot \left(\frac{L}{2R} \right)^4 - \dots \right],$$

$$\tau_l = \frac{L}{2R} = \left(\frac{L}{2R} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \right)^\circ, \quad \Delta R = y_l - (R - R \cdot \cos(\tau_l)),$$

$$e = y_l \cdot \text{ctg}(\tau_l), \quad d = l_x - R \cdot \sin(\tau_l),$$

$$\omega_l = \text{arctg}(y_l/l_x), \quad 180^\circ - \omega_l - \varphi_l = 180^\circ - \tau_l \Rightarrow \varphi_l = \tau_l - \omega_l.$$

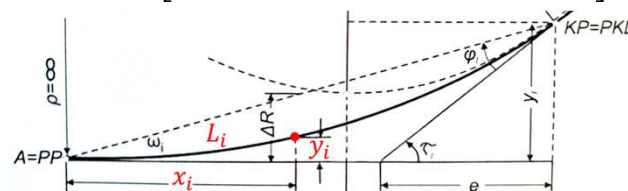
21

Određivanje pravougljih koordinata detaljnih tačaka klotoide

➤ Pravougke koordinate tačke i na proizvoljnoj udaljenosti L_i od početka klotoide računaju se na sledeći način:

$$x_i = L_i \cdot \left[1 - \frac{1}{10} \cdot \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{216} \cdot \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^4 - \dots \right],$$

$$y_i = \frac{L_i^3}{6C} \cdot \left[1 - \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^2 + \frac{1}{440} \cdot \left(\frac{L_i^2}{2C} \right)^4 - \dots \right].$$



22

Primena klotoide

➤ Klotoida kao prelazna krivina može se pojaviti u sledećim slučajevima:

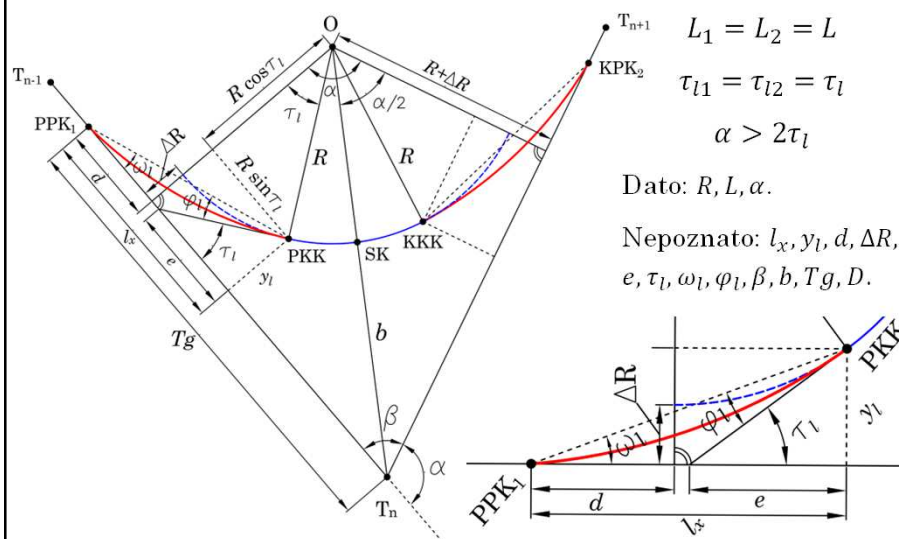
- uzastopna prelazna krivina između dva pravca;
- prelazna krivina između pravca i kružnog luka;
- prelazna krivina između dva kruga istih smerova;
- prelazna krivina između dva kruga suprotnih smerova.

➤ Klotoida se pojavljuje u nekoliko različitih oblika:

- simetrična prelazna krivina oblika klotoide;
- asimetrična prelazna krivina oblika klotoide;
- temena simetrična prelazna krivina oblika klotoide;
- temena asimetrična prelazna krivina oblika klotoide.

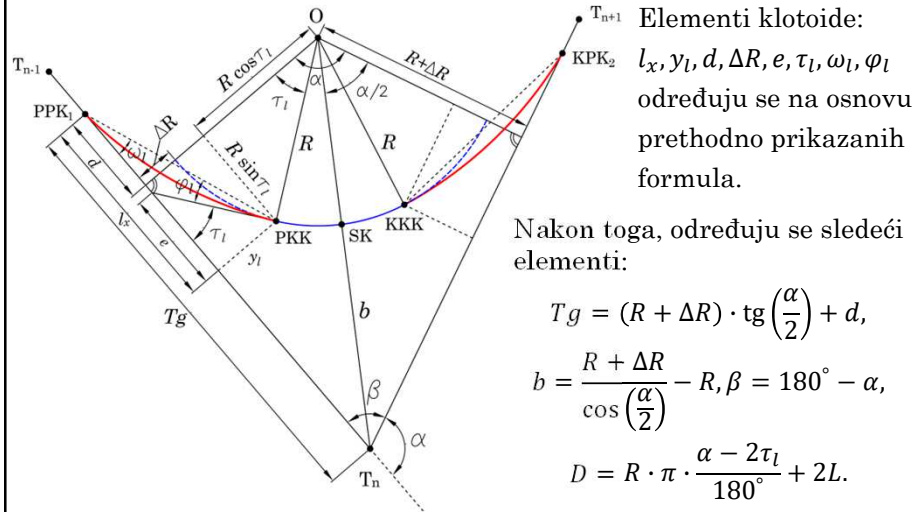
23

Simetrična prelazna krivina oblika klotoide



24

Određivanje elemenata simetrične prelazne krivine oblika klotoide



25

Određivanje koordinata glavnih tačaka simetrične prelazne krivine oblika klotoide

Dato: $Y_{T_{n-1}}, X_{T_{n-1}}, Y_{T_n}, X_{T_n}, Y_{T_{n+1}}, X_{T_{n+1}}$ i glavni elementi prelazne krivine.

Nepoznato: $Y_{PPK_1}, X_{PPK_1}, Y_{KPK_1}, X_{KPK_1}, Y_{PKK}, X_{PKK}, \dots, Y_{KPK_2}, X_{KPK_2}, Y_O, X_O$.

$$Y_{PPK_1} = Y_{T_n} + Tg \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n-1}}\right), \quad X_{PPK_1} = X_{T_n} + Tg \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n-1}}\right)$$

$$Y_{KPK_2} = Y_{T_n} + Tg \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n+1}}\right), \quad X_{KPK_2} = X_{T_n} + Tg \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n+1}}\right)$$

$$Y_{SK} = Y_{T_n} + b \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2\right), \quad X_{SK} = X_{T_n} + b \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2\right)$$

$$Y_O = Y_{T_n} + (R + b) \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2\right), \quad X_O = X_{T_n} + (R + b) \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2\right)$$

$$Y_{KPK_1} \equiv Y_{PKK} = Y_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n-1}}\right) + y_l \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ\right)$$

$$X_{KPK_1} \equiv X_{PKK} = X_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n-1}}\right) + y_l \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ\right)$$

$$Y_{PPK_2} \equiv Y_{KKK} = Y_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n+1}}\right) + y_l \cdot \sin\left(v_{T_n}^{T_{n+1}} + 90^\circ\right)$$

$$X_{PPK_2} \equiv X_{KKK} = X_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n+1}}\right) + y_l \cdot \cos\left(v_{T_n}^{T_{n+1}} + 90^\circ\right)$$

26

Određivanje koordinata detaljnih tačaka simetrične prelazne krivine oblika klotoide

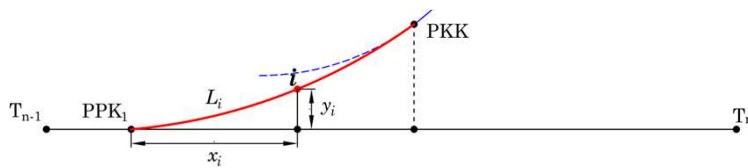
Dato: $Y_{T_{n-1}}, X_{T_{n-1}}, Y_{T_n}, X_{T_n}, Y_{T_{n+1}}, X_{T_{n+1}}$, glavni elementi i koordinate glavnih tačaka simetrične prelazne krivine oblika klotoide.

Nepoznato: $Y_1, X_2, Y_2, X_2, \dots, Y_n, X_n$.

Pravouglo koordinate, odnosno apscise x_i i ordinate y_i , detaljnih tačaka određuju se na osnovu prethodno prikazanih formula.

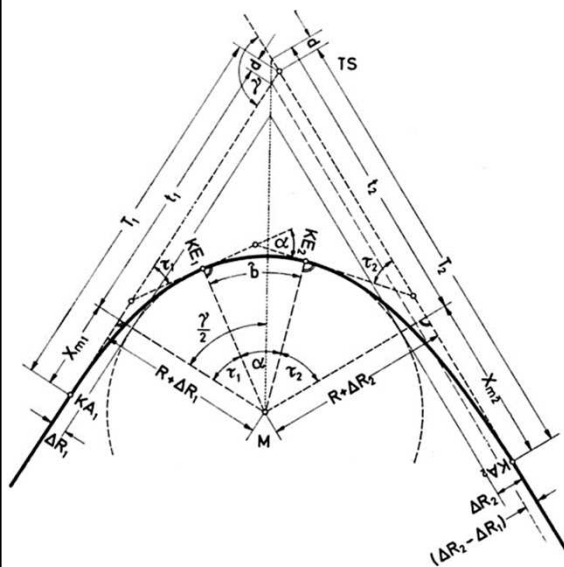
$$Y_i = Y_{PPK_1} + x_i \cdot \sin(v_{T_{n-1}}^{T_n}) + y_i \cdot \sin(v_{T_{n-1}}^{T_n} - 90^\circ)$$

$$X_i = X_{PPK_1} + x_i \cdot \cos(v_{T_{n-1}}^{T_n}) + y_i \cdot \cos(v_{T_{n-1}}^{T_n} - 90^\circ)$$



27

Asimetrična prelazna krivina oblika klotoide



Dužine prelaznih krivina su različite, $L_1 \neq L_2$.

Postoji kružni luk dužine b između prelaznih krivina.

Vrednost skretnog ugla γ veća je od zbira $\tau_1 + \tau_2$ ($\tau_1 \neq \tau_2$).

Dato: R, L_1, L_2, γ .

Nepoznato: elementi klotoide za oba luka, koordinate glavnih i detaljnih tačaka krivine.

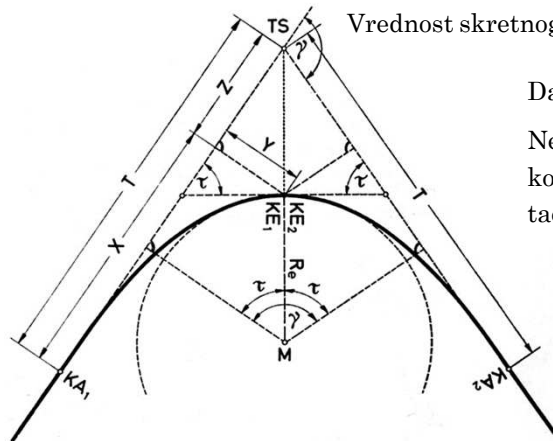
28

Simetrična temena prelazna krivina oblika klotoide

Dužine prelaznih krivina su iste, $L_1 = L_2 = L$.

Kružni luk između prelaznih krivina ne postoji.

Vrednost skretnog ugla γ iznosi 2τ ($\tau_1 = \tau_2 = \tau$).



Dato: R_e, L, γ .

Nepoznato: elementi klotoide,
koordinate glavnih i detaljnih
tačaka krivine.

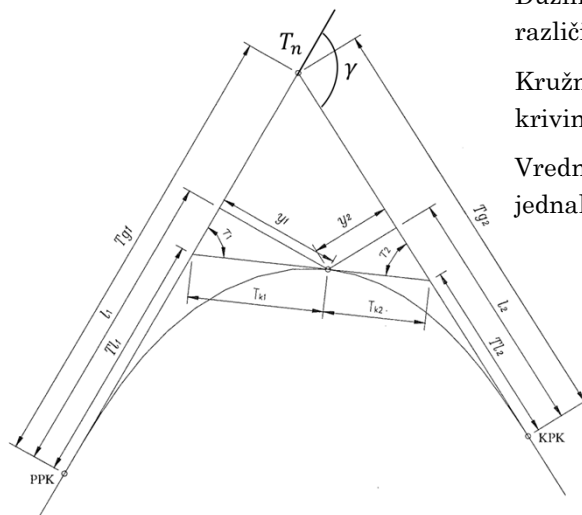
29

Asimetrična temena prelazna krivina oblika klotoide

Dužine prelaznih krivina su
različite, $L_1 \neq L_2$.

Kružni luk između prelaznih
krivina ne postoji.

Vrednost skretnog ugla γ
jednaka je zbiru $\tau_1 + \tau_2$ ($\tau_1 \neq \tau_2$).



Dato: R, L_1, L_2, γ .

Nepoznato: elementi
klotoide za oba luka,
koordinate glavnih i
detaljnih tačaka krivine.

30

Kubna parabola

- Jednačina kubne parabole izvodi se iz jednačine klotoide uvođenjem sledećih aproksimacija:

$$\cos(\tau) = 1, \quad \sin(\tau) = \tau.$$

- Na osnovu navedenog može se napisati

$$x = \int \cos(\tau) dl = \int 1 dl = l,$$

$$y = \int \sin(\tau) dl = \int \tau dl = \int \frac{l^2}{2RL} dl = \frac{l^3}{6RL} = \frac{x^3}{6RL}.$$

31

Kubna parabola

- Sa porastom dužine kubne parabole, povećava se vrednost ugla τ , tako da ova aproksimacija dovodi do neprihvatljivog odstupanja sračunate vrednosti ordinate y_l na kraju prelazne krivine.
- Shodno tome, u praksi se koristi formula za prostu kubnu parabolu

$$y = m \cdot x^3 = \frac{1}{6 \cdot R \cdot l_x} \cdot x^3 \quad \text{za} \quad L \leq \frac{R}{3.5},$$

gde je m parametar kubne parabole, l_x apscisa krajnje tačke prelazne krivine, R poluprečnik krivine, a x i y apscisa i ordinata proizvoljne tačke na prelaznoj krivini.

32

Kubna parabola

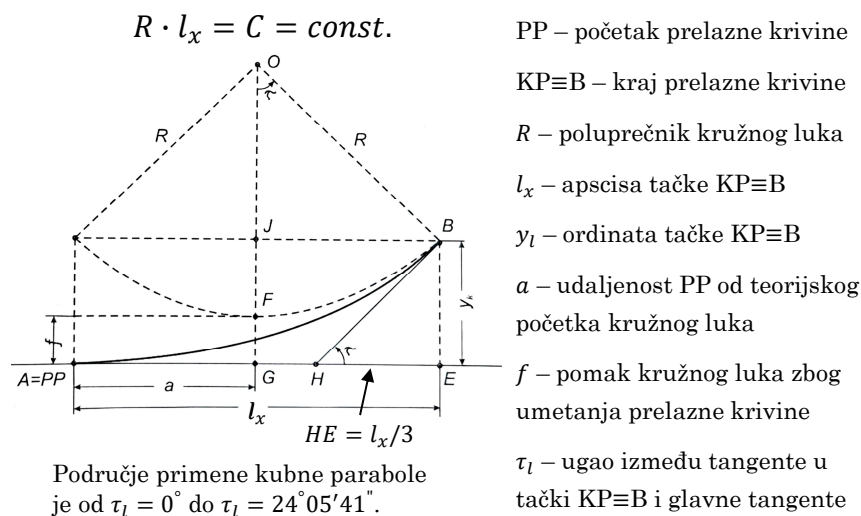
➤ U praksi se često koristi i formula za popravljenu kubnu parabolu (Heferova kriva):

$$y = m \cdot x^3 = \frac{\left(1 + \left(\frac{l_x}{2 \cdot R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{6 \cdot R \cdot l_x} \cdot x^3 \quad \text{za } L > \frac{R}{3.5},$$

gde je m parametar kubne parabole, l_x apscisa krajnje tačke prelazne krivine, R poluprečnik krivine, x apscisa proizvoljne tačke na prelaznoj krivini, y ordinata proizvoljne tačke na prelaznoj krivini i L dužina luka.

33

Elementi kubne parabole



34

Određivanje elemenata kubne parabole

➤ Elementi kubne parabole određuju se na sledeći način:

$$l_x = L - \frac{L}{10} \cdot \left(\frac{L}{2R}\right)^2, \quad y_l = \frac{l_x^2}{6R} \quad \text{ili} \quad y_l = \frac{\left(1 + \left(\frac{l_x}{2R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{6R} \cdot l_x^2$$

$$\tau_l = \arctg\left(\frac{3 \cdot y_l}{l_x}\right), \text{ odnosno}$$

$$\tau_l = \arctg\left(\frac{l_x}{2R}\right) \quad \text{ili} \quad \tau_l = \arctg\left(\left(1 + \left(\frac{l_x}{2R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{l_x}{2R}\right),$$

$$a = l_x - R \cdot \sin(\tau_l), \quad f = y_l - R(1 - \cos(\tau_l)).$$

35

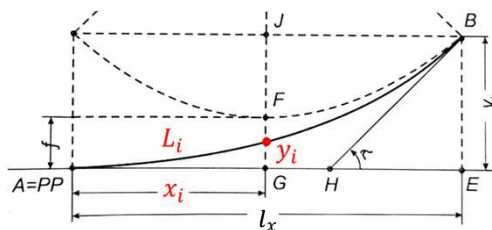
Određivanje pravouglinih koordinata detaljnih tačaka kubne parabole

➤ Pravouglice koordinate tačke i na proizvoljnoj udaljenosti L_i od početka parabole računaju se na sledeći način:

$$x_i = L_i - \frac{L_i}{10} \cdot \left(\frac{L_i}{2R}\right)^2,$$

$$y_i = \frac{x_i^3}{6Rl_x} \quad \text{za} \quad L \leq \frac{R}{3.5},$$

$$y_i = \frac{\left(1 + \left(\frac{l_x}{2R}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{6Rl_x} \cdot x_i^3 \quad \text{za} \quad L > \frac{R}{3.5}.$$



36

Određivanje koordinata glavnih tačaka simet. prelazne krivine oblika parabole

Dato: $Y_{T_{n-1}}, X_{T_{n-1}}, Y_{T_n}, X_{T_n}, Y_{T_{n+1}}, X_{T_{n+1}}$ i glavni elementi prelazne krivine.

Nepoznato: $Y_{PPK_1}, X_{PPK_1}, Y_{KPK_1}, X_{KPK_1}, Y_{PKK}, X_{PKK}, \dots, Y_{KPK_2}, X_{KPK_2}, Y_O, X_O$.

$$Y_{PPK_1} = Y_{T_n} + Tg \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}}), \quad X_{PPK_1} = X_{T_n} + Tg \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}})$$

$$Y_{KPK_2} = Y_{T_n} + Tg \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n+1}}), \quad X_{KPK_2} = X_{T_n} + Tg \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n+1}})$$

$$Y_{SK} = Y_{T_n} + b \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2), \quad X_{SK} = X_{T_n} + b \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2)$$

$$Y_O = Y_{T_n} + (R + b) \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2), \quad X_O = X_{T_n} + (R + b) \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}} + \beta/2)$$

$$Y_{KPK_1} \equiv Y_{PKK} = Y_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}}) + y_l \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ)$$

$$X_{KPK_1} \equiv X_{PKK} = X_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}}) + y_l \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ)$$

$$Y_{PPK_2} \equiv Y_{KKK} = Y_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n+1}}) + y_l \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n+1}} + 90^\circ)$$

$$X_{PPK_2} \equiv X_{KKK} = X_{T_n} + (Tg - l_x) \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n+1}}) + y_l \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n+1}} + 90^\circ)$$

39

Određivanje koordinata detaljnih tačaka simet. prelazne krivine oblika parabole

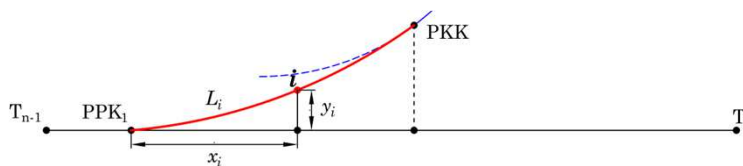
Dato: $Y_{T_{n-1}}, X_{T_{n-1}}, Y_{T_n}, X_{T_n}, Y_{T_{n+1}}, X_{T_{n+1}}$, glavni elementi i koordinate glavnih tačaka simetrične prelazne krivine oblika kubne parabole.

Nepoznato: $Y_1, X_2, Y_2, X_2, \dots, Y_n, X_n$.

Pravouglo koordinate, odnosno apscise x_i i ordinate y_i , detaljnih tačaka određuju se na osnovu prethodno prikazanih formula.

$$Y_i = Y_{PPK_1} + x_i \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}}) + y_i \cdot \sin(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ)$$

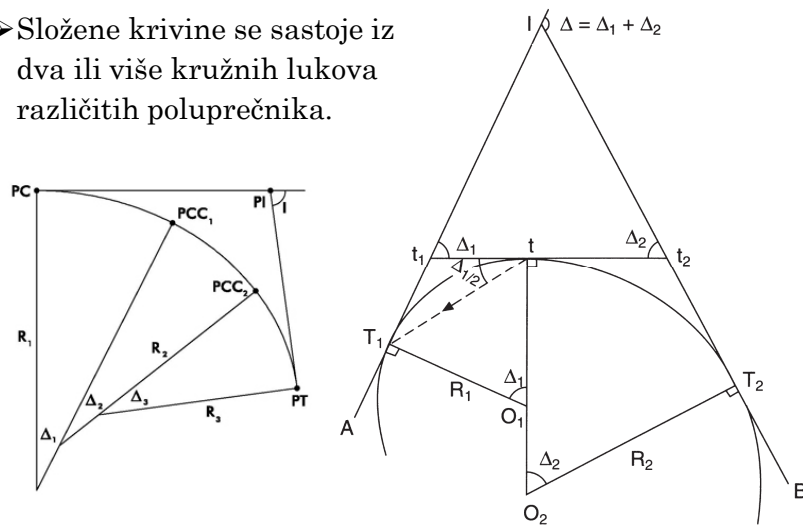
$$X_i = X_{PPK_1} + x_i \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}}) + y_i \cdot \cos(v_{T_n}^{T_{n-1}} - 90^\circ)$$



40

Složene krivine

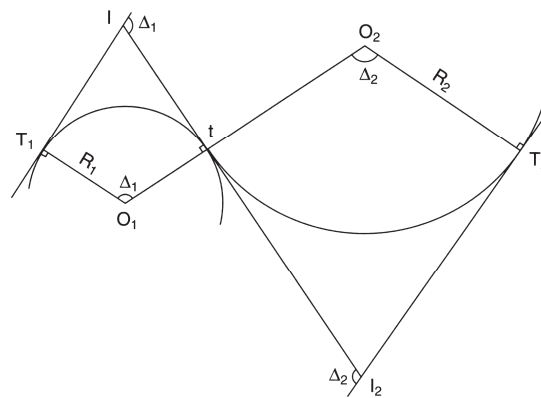
- Složene krivine se sastoje iz dva ili više kružnih lukova različitih poluprečnika.



41

Kontrakrivine

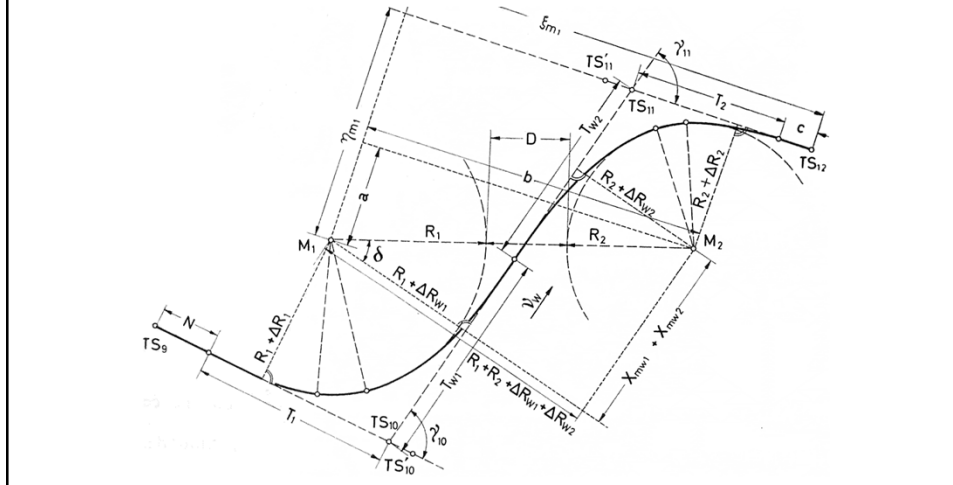
- Među složene krivine spadaju i kontrakrivine (reverzni lukovi) koje se sastoje od dva kružna luka smeštena na suprotnim stranama zajedničke tangente.



42

Kontrakrivine sa prelaznim krivinama

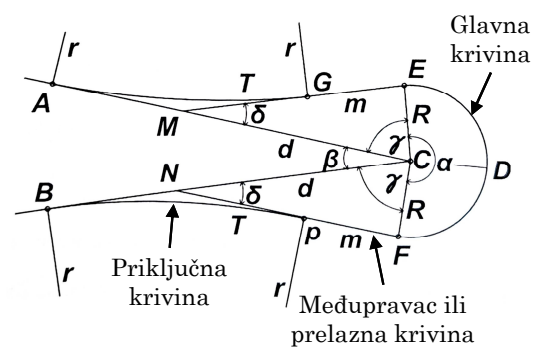
- Kontrakrivina koju čini sledeći niz: pravac – klotoida – kružni luk – klotoida oblika S – kružni luk – klotoida – pravac.



43

Serpentine – okretnice

- Serpentine se primenjuju pri projektovanju trasa na planinskim terenima gde je potrebno savladati velike visinske razlike i pritom ostvariti prihvatljivu vrednost podužnog nagiba saobraćajnice.



44

PITANJA?

45