1.OSNOVNI POJMOVI

1.1. Rang i defekt geodetskih mreža

Defekt mreže je broj koji pokazuje koliko parametara definiše koordinatni sistem u kome se mreža nalazi.

Defekt mre`e zavisi od vrste merenih veli~ina. Ako se u mre`i mere samo pravci ili uglovi defekt mre`e je 4 (dva parametra translacije, jedan parametar rotacije i razmera). U na{em primeru su merene du`ine pa je parametar razmere mre`e definisan.

Rang mreže je razlika nepoznatih veličina i defekta mreže. Rang mreže je ustvari rang matrice dizajna tj. matrice A.

$r = u - d$ $\qquad\qquad$ $r = r(A) = u - d$

Sledi da, ukoliko je $r < u$, dakle postoji defekt mreže, i tada je marica A sa nepotpunim rangom kolona. Kod slobodnih geodetskih mreža ne sme se zadavati više od d parametara datuma mreže.

Datum mreže predstavlja neophodne parametre da bi mreža bila definisana i po obliku, i po veličini, i po položaju.

Kada parametre datuma zadajemo proizvoljno reč je o ***SLOBODNIM MREŽAMA***.

Kada parametre datuma dobijamo merenjem tada govorimo o ***NESLOBODNIM MREŽAMA***.

1.2. Klasičan izbor datuma

U ovom zadatku mre`a je slobodna jer su parametri datuma izabrani proizvoljno.

Da bi se definisao datum klasičnim načinom, kada su merene i du`ine, potrebno je definisati odnosno usvojiti za nepromenljive tj. “tačne” koordinate jedne tačke (Y,X) i jednu koordinatu neke druge tačke . U našem slučaju to će biti Y1, X1 i Y2. Koordinate tačke 1 (Y1,X1) vezaće mrežu za dati koordinatni sistem. Time mreža neće biti određena po položaju jer će biti moguća njena rotacija oko tačke 1. Zadavanjem koordinate Y2 taj će problem biti rešen i mreža će biti fiksirana u prostoru, a njen datum će definisati ova tri elementa.

1.3. Izbor datuma sa minimalnim tragom

Kada se datum mre`e defini{e proizvoljno mo`emo dobiti vi{e re{enje za nepoznate parametre zavisno od izbora parametara datuma. Za geodete je posebno interesantno re{enje sa minimalnim tragom za sve ta~ke, jer standarde devijacije ocena nepoznatih parametara su minimalne, odnosno trag kofaktorske matrice je minimalan. Znamo da se gre{ke nepoznatih parametara pove}avaju kako se udaljavamo od ta~aka koje defini{u datum, a kod datuma sa minimalnim tragom gre{ka se pove}ava kako se udaljavamo od te`i{ta mre`e. Re{enje sa minimalnim tragom se dobija definisanjem datumskih uslova.

$$trK_{\hat{X}} = \sigma^2 trQ_{\hat{X}} = \min!$$

$$\left(trQ_{\hat{X}} = \min \right) \Leftrightarrow \left(\hat{X}^T \hat{X} = \min \right)$$

2. IZRAVNANJE SLOBODNE MREŽE (POSREDNO)

Osnovni zadatak izravnanja jeste izbor takvog vektora X, pri kome će vektor popravaka merenih veličina v (v=Ax+f) biti takav da će suma kvadrata njegovih elemenata biti najmanja u odnosu na bilo koji drugi vektor. *(metod MNK)*

Postoje dve osnovne vrste izravnanja posredno i uslovno. Nas konkretno zanima posredno. U modelu posrednog izravnanja nepoznati parametri se ocenjuju na osnovu opažanja po metodi MNK.

Potrebno je naglasiti suštinsku razliku kod izravnanja slobodnih i neslobodnih mreža:

- ***Kod neslobodnih mreža***

  $r(A) = u \quad \Rightarrow \quad$ A – ima potpun rang kolona

  $\Rightarrow$ N – je regularna ($\det N \neq 0$)

  $\Rightarrow$ $x = - N^{-1}n$

- ***Kod slobodnih mreža***

  $r(A) = r < u \quad \Rightarrow \quad$ A – ima nepotpun rang kolona

  $\Rightarrow$ N – je singularna ($\det N = 0$)

  $\Rightarrow$ $x = - N^{-}n$

N^{-} - uopštena – generalizovana G inverzija

U modelu posrednog izravnanja nepoznati parametri se ocenjuju na osnovu opažanja po metodi najmanjih kvadrata (MNK). Prilikom primene MNK primenjujemo Gaus-Markovljev model koji uvodi pretpostavke o normalnoj respodeli merenih veli~ina.

GMM je matemati~ki model, sastavljen od linearnog i stohasti~kog modela. On povezuje stohasti~ka opa`anja $\mathbf{l}$ sa fiksnim parametrima $\mathbf{x}$. U matri~nom obliku to izgleda ovako:

$\mathbf{l} = \mathbf{Ax} + \varepsilon$ ili $E(\mathbf{l}) = \mathbf{Ax}$ (linearni funkcionalni model)

$E(\varepsilon\varepsilon') = \Sigma = \sigma_0^2\mathbf{Q}$ (stohasti~ki model),

gde je:

- $\mathbf{l}$ - n dimenzionalni vektor opa`anja,
- E(*)- matemati~ko o~ekivanje,
- $\mathbf{x}$ - u dimenzionalni vektor nepoznatih (fiksnih) parametara,
- $\mathbf{A}$ - $n \times u$ matrica poznatih koeficijenata (matrica dizajna),
- ε - n dimenzionalni vektor slu~ajnih (istinitih) gre{aka,
- Σ - $n \times n$ kovarijaciona matrica opa`anja,
- σ_0^2 - apriorni disperzioni faktor,
- $\mathbf{Q}$ - $n \times n$ kofaktorska matrica opa`anja.

U geodetskoj praksi obi~no je kovarijaciona matrica dijagonalne strukture, odnosno pretpostavlja se da su merenja nezavisna.

Zamenom u linearnom modelu $-\varepsilon$ sa $\hat{\mathbf{v}}$ i $\mathbf{x}$ sa $\hat{\mathbf{x}}$ dobijamo:

$\mathbf{l} + \hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}, \quad \mathbf{P} = \mathbf{Q}^{-1}$ (pri $\mathbf{l}_0 = \mathbf{0}$),

gde je:

- $\mathbf{P}$ - matrica te`ina rezultata merenih veli~ina,
- $\hat{\mathbf{v}}$ - n dimenzionalni vektor ocena popravaka.

Ako su funkcije veza izme|u opa`anih fizi~kih veli~ina i parametara (npr. koordinata) nelinearne, onda }emo uvesti pretpostavku o mogu}nosti njihove linearizacije.

2.1. Funkcije veza

Pre izravnanja potrebno je formirati funkcije veze između merenih veličina:

A) Za opažane pravce :

$$L_{ip} = \alpha_i + v_i = arctg\,\frac{Y_j - Y_i}{X_j - X_i} + Z$$

B) Za merene dužine :

$$L_{id} = d_i + v_i = \sqrt{\left(\left(Y_j - Y_i\right)^2 + \left(X_j - X_i\right)^2\right)}$$

2.2. Jedna~ine popravaka

Jednačine popravaka za merene veličine u na{em primeru su :

A) Za opažane pravce :

$$v_{ip} = b_{i-j} Y_i + a_{i-j} X_i + b_{j-i} Y_j + a_{j-i} X_j + f$$

a pri tome su koeficijenti:

$$b_{i-j} = -\rho'' \frac{\cos \nu_i^j}{D_{i-j}} \qquad a_{i-j} = \rho'' \frac{\sin \nu_i^j}{D_{i-j}}$$

$$b_{i-j} = -b_{j-i} \qquad a_{i-j} = -a_{j-i}$$

B) Za merene dužine :

$$v_{id} = B_{i-j} Y_i + A_{i-j} X_i + B_{j-i} Y_j + A_{j-i} X_j + f$$

pri čemu su koeficijenti:

$B_{i-j} = -\sin \nu_i^j$ $\qquad\qquad$ $A_{i-j} = -\cos \nu_i^j$

$B_{i-j} = -B_{j-i}$ $\qquad\qquad$ $A_{i-j} = -A_{j-i}$

2.3. Formiranje vektora f

Matricu f formiramo na osnovu razlika približno manje mereno. Naime, za pravce, koeficijente matrice f dobićemo tako što ćemo od približne vrednosti za mereni pravac dobijene na osnovu približnih koordinata tj. direkcionih uglova, oduzeti merene vrednosti. I sa dužinama je isti slučaj. Od približnih vrednosti dobijenih na osnovu približnih koordinata oduzimamo merene vrednosti dužina.

2.4. Formiranje matrice A

Matrica dizajna A formira se na osnovu jednačina popravaka merenih veličina. Matrica je dimenzija nxu, gde n predstavljabroj nezavisnih jednačina popravaka odnosno broj merenih veličina, a u broj nepoznatih tj. traženih veličina.

U našem slučaju, nepoznate veličine biće koordinate tačaka mreže (4x2=8) i orijentacije merenih pravaca na svakoj od njih (4).

2.5. Formiranje matrice te`ina P

Težine za merene veličine dobijaju se po sledećoj formuli:

$$p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2}$$

Matrica težina P biće dijagonalna matrica čiji su elementi p_i . Pri tome za σ_0 usvajamo vrednost 2.89 . Izabrali smo ovu vrednost za apriorni disperzioni faktor da bi težine za pravce bile jednake 1, jer je standard pravca dobijenog iz tri girusa $\sigma_{\bar{p}} = \dfrac{\sigma_p}{\sqrt{3}}$. Dok će za dužine iznositi $0.93\left[\dfrac{1}{mm^2}\right]$. Matrica P ima dimenzija nxn.

$$\mathbf{P} = \begin{vmatrix} \mathbf{P_p} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P_d} \end{vmatrix}$$

2.6. Formiranje i inverzija matrice normalnih jedna~ina

Matrica normalnih jednačina N dobija se množenjem matrica $N = A^T PA$. Kako je ovde reč o slobodnoj mreži, matrica A će biti sa nepotpunim rangom kolona. To znači da će matrica normalnih jednačina N biti singularna, njena determinanta će biti jednaka nuli.

Kako nam je krajnji cilj dobijanje matrice x, a ona se dobija $x = - N^{-1}n$, jasno je da to neće biti moguće ukoliko je N singularna. Zbog toga umesto klasične inverzije matrice N radimo pseudoinverziju odnosno G inverziju N^- , matrice N. N^- biće inverzija matrice N i ona će predstavljati matricu Q_x, potrebnu za dobijanje traženog vektora x.

$$\tilde{x} = - N^- n$$

G inverzija vrši se tako što se singularna matrica proširi matricom G. Zatim se uradi klasična inverzija ove proširene matrice. Kada se iz ove proširene invertovane matrice izdvoji proširenje tj. G^- ostaće nam pseudoinverzna matrica N^-.

$$N^- = (N + GG^T)^{-1} - GG^T$$

$$\begin{vmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{G} \\ \mathbf{G^T} & \mathbf{0} \end{vmatrix}^{-1} = \begin{vmatrix} \mathbf{N^-} & \mathbf{G^{-T}} \\ \mathbf{G^-} & \mathbf{0} \end{vmatrix}$$

2.6.1.Kod datuma definisanog na klasičan način

Matricu N proširujemo matricom R (datumskih uslova):

$$\mathbf{R^T} = \begin{array}{c|cccccccccccc|} & Y1 & X1 & Y2 & X2 & Y3 & X3 & Y4 & X4 & Z1 & Z2 & Z3 & Z4 \\ \hline \textit{Y transl} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textit{X transl} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \textit{rotac.} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Dimenzije matrice R u našem slučaju biće 12x3. Prvi broj ukazuje na broj nepoznatih, a to je ujedno i dimenzija kvadratne matrice N (uxu). Drugi broj nam pak govori o dve translacije i rotaciji 2D koordinatnog sistema tj. o defektu mreže.

Prva vrsta se odnosi na translaciju po Y osi. Kako uzimamo koordinate tačke 1 kao tačne to znači da neće biti translacije po Y osi za tačku 1. Zbog toga taj element u matrici dobija vrednost 1 dok svi ostali dobijaju vrednost 0.

Druga se vrsta odnosi na translaciju po X osi. Kako je kod tačke 1 i X koordinata uzeta kao tačna sledi da neće biti njene translacije, te stoga ona dobija vrednost 1 za taj element, dok su ostali nule.

Treća vrsta se odnosi na rotaciju sistema, odnosno mreže u sistemu. Kako je definisana jedna tačka sistema sa dve svoje koordinate, potrebno je jednom koordinatom neke druge tačke fiksirati sistem, odnosno mrežu u sistemu. Ovo se može uraditi i ako nam je umesto jedne koordinate poznat nagib prema toj tački. U našem slučaju uzimamo da nam je Y koordinata tačke 2 tačna te na taj način fiksiramo mrežu u koordinatnom sistemu. Taj element u matrici R dobija vrednost 1 dok su ostali nule.

Nakon inverzije proširene matrice možemo izvršiti kontrolu računanja:

$NN^{-}N = N$ ili $N^{-}NN^{-} = N^{-}$

2.6.2.Kod datuma definisanog sa minimalnim tragom

I ovde se matrica N proširuje matricom B koja je istih dimenzija kao i R kod klasičnog datuma. Kako kod datuma definisanog minimalnim tragom za sve tačke, sve tačke imaju jednak tretman, koeficijente ove matrice B dobićemo na sledeći način:

		Y1	X1	Y2	X2	Y3	X3	Y4	X4	Z1	Z2	Z3	Z4
	Y transl	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	0	0	0	0
$B^T=$	X transl	0	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	$1/\mu$	0	0	0	0
	rotac.	ξ_1	η_1	ξ_2	η_2	ξ_3	η_3	ξ_4	η_4	0	0	0	0

Pri tome su:

m – broj tačaka u mreži za koje definišemo minimalni trag

$m = \mu^2$

Koeficijenti ξ i η prikazuju uticaj na koordinate u zavisnosti od udaljenosti tačke od težišta mreže. Kao referentna tačka uzima se težište mreže jer su tada globalno gledano, za celu mrežu, elipse grešaka najmanje.

$$g = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{m} \left(Y_{i0} - \bar{Y}_0 \right)^2 + \sum_{i=1}^{m} \left(X_{i0} - \bar{X}_0 \right)^2 \right)}$$

koordinate težišta:

$$\bar{Y}_0 = \frac{1}{m} \sum_{1}^{m} Y_{i0} \qquad \bar{X}_0 = \frac{1}{m} \sum_{1}^{m} X_{i0}$$

$$\eta_i = \frac{Y_i - \bar{Y}_0}{g} \qquad \xi_i = \frac{X_i - \bar{X}_0}{g}$$

Kontrola formiranja matrice B: $B^T B = E$

Takođe ćemo i ove matrice R i B redukovati za orijentacije.

2.7. Ocene nepoznatih parametara i ocene popravaka

a)ocene nepoznatih parametara

1. **klasično definisan datum**

~

$x = -N^- n$

$n = A^T Pf$

$N = A^T PA$

$N^- = (N + RR^T)^{-1} - RR^T$

2. **datum definisan minimalnim tragom za sve tačke**

^

$x = -N^+ n$

$n = A^T Pf$

$N = A^T PA$

$N^{+} = (N + BB^{T})^{-1} - BB^{T}$

b)ocene popravaka

Pošto se dobije ocena nepoznatih parametara moguće je izračunati i ocenu popravaka, odnosno matricu v.

1. **klasično definisan datum**

$$\mathbf{\tilde{v} = A \tilde{x} + f}$$

2. **datum definisan minimalnim tragom za sve tačke**

$$\mathbf{\hat{v} = A \hat{x} + f}$$

2.8. Ocena apriornog disperzionog faktora

Nakon dobijenih ocena za nepoznate parametre kao i za popravke, potrebno je pronaći srednju kvadratnu grešku jedinice težine, odnosno ocenu apriornog disperzionog faktora tj. tačnost izravnanja.

1. **klasično definisan datum**

$$m_0 = \sqrt{\left(\frac{\tilde{v}^T P \tilde{v}}{n - u} \right)}$$

2. **datum definisan minimalnim tragom za sve tačke**

$$m_0 = \sqrt{\left(\frac{\hat{v}^T P \hat{v}}{n - u + d} \right)}$$

2.9.Test grubih gre{aka

Da bi se utvrdilo da li su vrednosti dobijene izravnanjem dovoljno kvalitetne, potrebno je uraditi tzv. “globalni test na grube greške” (F test). Suština ovog testa je da se na osnovu srednje kvadratne greške jedinice težine utvrdi da li u merenjima, koja su izravnata, postoje grube greške.

2.9.1.Globalni test (test adekvatnosti modela)

Testira se hipoteza:

H_0: primenjeni GMM je adekvatan $M\left[\hat{\sigma}_0^2\right] = \sigma_0^2$

H_a: Primenjeni GMM nije adekvatan $M\left[\hat{\sigma}_0^2\right] \neq \sigma_0^2$

Test veličina:

$$T = \frac{m_0^2}{\sigma_0^2} \sim F_{1-\alpha}(f, \infty)\Big|_{H_0}$$

f (broj stepeni slobode)

Ako se ne prihvati nulta hipoteza, onda se radi pojedina~ni test na grube gre{ke - data-snooping.

2.9.2. Data snooping test

Ovaj test pokazuje koja merenja mogu biti opterećena grubom greškom. Na osnovu test veličine:

$$t_i = \frac{|v_i|}{\sigma_0 \sqrt{Q_{vv}}} \sim t_p$$

za svaki element matrice popravaka v, dobićemo odgovor koja su to potencijalno merenja sa grubom greškom. Ovaj test se radi iterativno, odbacuje se samo jedno merenje sa najve}om vredno{}u test veli~ine iz izravnanja. Broj vrsta u matrici **A** se smanjuje za 1, odnosno ne postoji vi{e jedna~ina popravaka za merenje optere}eno grubom gre{kom. Isto se de{ava i sa dimenzijama matrice **P** i vektora **f**.

3 .MERE PRECIZNOSTI MREŽE

Kod geodetskih mreža u veoma bitne pojmove spadaju preciznost, pouzdanost i tačnost, koje nam govore o kvalitetu geodetske mreže.

Kod neslobodnih geodetskih mreža sve funkcije su ocenjive. Stoga disperzija bilo koje funkcije može služiti kao mera kvaliteta mreže, dok kod slobodnih to nije slučaj.

Kod slobodnih geodetskih mreža kao mere i kriterijumi kvaliteta mogu se uzimati disperzije ocenjivih funkcija i druge veličine koje ne zavise od datuma mreže.

TAČNOST = PRECIZNOST + POUZDANOST

Tačnost obuhvata sve greške merenja. Preciznost se odnosi na slučajne greške, dok se pouzdanost odnosi na grube greške.

Kod preciznosti kao i kod pouzdanosti razlikujemo lokalne i globalne mere. Kako se globalne mere primenjuju kod neslobodnih mreža, ovde neće biti govora o njma. Dakle, biće obrađene samo lokalne mere preciznosti.

a) Standardna greška koordinata

$$\hat{\sigma}_x^2 = \sigma_0^2 \cdot diagQ_{\hat{x}}$$

b) Elipse grešaka

velika poluosa A= $\sqrt{\lambda_1 \cdot \chi^2_{0.95}(2)}$

mala poluosa B= $\sqrt{\lambda_2 \cdot \chi^2_{0.95}(2)}$

azimut $\Theta = arctg\ \dfrac{\lambda_1 - K_{22}}{K_{12}} = arctg\ \dfrac{K_{12}}{\lambda_2 - K_{11}}$

$$K_{\begin{bmatrix}\hat{Y}\\ \hat{X}\end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} Kyy & Kyx \\ Kxy & Kxx \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_1 = \frac{K_{11} + K_{22} + Z}{2} \qquad Z^2 = \left(K_{11} + K_{22}\right)^2 + 4K_{12}$$

$$\lambda_2 = \frac{K_{11} + K_{22} - Z}{2}$$

c) standardne greške položaja tačaka:

$$\hat{\sigma}_{Pi} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(\hat{\sigma}_{Yi}^{2} + \hat{\sigma}_{Xi}^{2}\right)}$$

4. MERE POUZDANOSTI MREŽE

Pouzdanost definiše kvalitet modela s obzirom na mogućnost otkrivanja grubih grešaka i s obzirom na delovanje neotkrivenih grešaka na ocene traženih veličina. Zbog toga postoje unutrašnja i spoljašnja pouzdanost.

Unutrašnja pouzdanost vezana je za mogućnost kontrole grubih grešaka u opažanjima.

Spoljašnja pouzdanost vezana je za mogućnost kontrole uticaja grubih grešaka opažanja na ocene koordinata tačaka.

I kod unutrašnje i kod spoljašnje pouzdanosti razlikujemo lokalne i globalne mere.

Pouzdanost je, dakle, jedan od najvažnijih faktora u geodetskim mrežama, pa su i sva merenja planirana tako da pouzdanost bude zadovoljavajuća.

Ovde se ne}e biti prikazane mere spolja{nje pouzdanosti jer program koji je kori{}en za izravnanje mre`a ne ra~una ove parametre.

4.1. Uutra{nja pouzdanost

a) lokalna mera za merenja:

$$r_{ii} = Q_{\hat{V}ii} P_i \qquad\qquad r_{ii} = Q_{\tilde{V}ii} P_i$$

Veličina r_{ii} predstavlja uticaj grubih grešaka i-tog opažanja na ocenu i-te popravke i predstavlja lokalnu meru pouzdanosti pri čemu je :

$$0 \leq r_{ii} \leq 1$$

Što je veće r_{ii} to je veća i pouzdanost.

b) marginalna greška koja se data'snooping testom može otkriti:

$$\left|G_i\right| = \frac{\sigma_0 \sqrt{\lambda_0}}{P_i \sqrt{Q_{\hat{V}ii}}} \qquad\qquad \left|G_i\right| = \frac{\sigma_0 \sqrt{\lambda_0}}{P_i \sqrt{Q_{\tilde{V}ii}}}$$

parametar necetralnosti: $$\sqrt{\lambda_0} = t_{1-\beta_0} + t_{1-\alpha_0/2}$$

Marginalna greška predstavlja vrednost grube greške koja se može otkriti data-snooping testom, pod predpostavkom postojanja samo jedne grube greške.

PRORAČUN NAJMANJEG INTENZITETA VEKTORA POMERANJA TAČAKA NA OBJEKTIMA KOJI SE MOŽE OTKRITI

- *Za kontrolne geodetske mreže* namenjene za određivanje pomeranja tačaka na objektima (branama i sl.), sa unapred *poznatim* (definisanim) *planom merenja* i *apriornim standardom* $\boldsymbol{\sigma_0}$, zadatim nivoom značajnosti α i *moći kriterijuma* $1\text{-}\beta$, može se u svakoj tački (ili grupi tačaka) sračunati ***intenzitet vektora pomeranja*** koji se primenom savremenih metoda određivanja pomeranja tačaka na inženjerskim objektima, može ***"sigurno"*** otkriti.
- Rešavanje ovakvih problema mogu se naći u radovima *Pelzer, 1985*; *Perović i S. Ašanin, 1996; Perović, 1998* i drugi.

Kriterijum *osetljivosti* kontrolnih mreža

- **Osetljivost** u kontrolnim geodetskim mrežama podrazumeva određivanje najmanjeg intenziteta vektora pomeranja, koji se primenom testova o podudarnosti mreža u metodama određivanja pomeranja, za dati nivo značajnosti α i moć kriterijuma $1-\beta$, može otkriti.
- Pelzer (1985) je na osnovu hipoteze u okviru teorije podudarnosti postavio osnove **analize osetljivosti** . Razmatraju se hipoteze:

$$H_0 : \mathbf{M}(\hat{\mathbf{d}}) = \mathbf{0} \quad protiv \qquad H_a : \mathbf{M}(\hat{\mathbf{d}}) \neq \mathbf{0}$$

sa test statistikom:

$$T\,|_{H_0} = \frac{\hat{\mathbf{d}}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{+} \hat{\mathbf{d}} / h}{\hat{\sigma}_0^2 / f}\,|_{H_0} \sim F_{h,f} \tag{1}$$

pri čemu su: $\hat{\mathbf{d}} = \hat{\mathbf{X}}_2 - \hat{\mathbf{X}}_1 \quad \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}} = \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_1} + \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_2} \quad f = f_1 + f_2 \quad h = rang(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}})$

kao u Pelcerovoj metodi.

Test statistika (1), pod alternativnom hipotezom *Ha*, ima *necentralni F raspored*, odnosno:

$$T\,|_{H_a} = \frac{\hat{\mathbf{d}}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{+}\hat{\mathbf{d}}/\,h}{\hat{\sigma}_0^2\,/\,f}\,|_{H_a} \sim F_{h,f,\lambda} \tag{2}$$

gde je **λ** parametar necentralnosti:

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{+}\,\mathbf{d}}{\sigma_0^2} \tag{3}$$

Ako se u izrazu (3) parametar necentralnosti **λ** izjednači sa teorijskom vrednošću $\boldsymbol{\lambda_0 = f\,(h, \alpha_o, \beta_o)}$, tada se može napisati:

$$\mathbf{d}^{\mathrm{T}}\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{+}\,\mathbf{d} = \sigma_o^2 \cdot \lambda_0 \tag{4}$$

S obzirom da se vektor pomeranja **d** može izraziti sa:

$$d = a \cdot g \tag{5}$$

a – nepoznati *faktor "razmera"*, i
g – *normirani vektor*.

Zamenom izraza (5) u (4) može se odrediti $\boldsymbol{a_{min}}$, što predstavlja ***osetljivost*** mreže:

$$a_{min} = \sigma_0 \cdot \sqrt{\frac{\lambda_0}{\mathbf{g}^{\mathrm{T}} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{d}}}^{+} \mathbf{g}}} \tag{6}$$

S obzirom na izraz (5), dobija se se ***najmanja vrednost pomeranja*** koja se može odrediti u *pravcu zadatog* vektora **g**:

$$\mathbf{d}_{min} = a_{min} \cdot \mathbf{g}$$

- Kriterijum (6) se koristi za upoređivanje raznih *varijanti* geometrije *(plana opažanja)* kontrolne mreže.
- Isto tako, kod *analize osetljivosti* vrlo je važno *odrediti* ***pravce*** **u kojima će biti najslabija** ***ocena parametara***.
- Ti *pravci* su zapravo, ***pravci najvećih poluosa*** **elipsoida (elipse) poverenja**.

Vektor **g** za deformacionu mikronivelmansku mrežu iznosi ″1″ za slučaj izdizanja tačaka, ″-1″ za slučaj sleganja tačaka, dok je za stabilne tačke ″0″.

U 2D deformacionim mikromrežama (u horizontalnoj ravni) figurišu parametri ″cos Θ″ i ″sin Θ″, gde je Θ azimut velike poluose odgovarajuće tačke.