FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA

GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

UVOD U DEFORMACIONA MERENJA I ANALIZU
- VEŽBA 6 -

NOVI SAD, 2023

Helmertova transformacija

- Kod Helmertove transformacije koordinata tačaka razmera geodetske mreže je promenljiva, dok je oblik geodetske mreže nepromenjen nakon transformacije.
- Promena razmera duž koordinatnih osa je ista $q_x = q_y = q$.
- Opšti oblik jednačina popravaka kod Helmertove transformacije:

$$v_{x_i'} = x_i dq - y_i d\varphi + c_x - x_i',$$

$$v_{y_i'} = y_i dq + x_i d\varphi + c_y - y_i', \quad i \in \{1,2,\ldots,m\}.$$

Helmertova transformacija

- U matričnom obliku jednačine popravaka mogu se predstaviti na sledeći način:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{C}\mathbf{t} + \mathbf{f}$$

gde je:

$$\mathbf{t}^T = \begin{bmatrix} dq & d\varphi & c_x & c_y \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} x_1^k & -y_1^k & 1 & 0 \\ y_1^k & x_1^k & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_m^k & -y_m^k & 1 & 0 \\ y_m^k & x_m^k & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} -x_1^0 \\ -y_1^0 \\ \vdots \\ -x_m^0 \\ -y_m^0 \end{bmatrix}.$$

Oznaka 0 se odnosi na nultu epohu.

Oznaka k se odnosi na kontrolnu epohu.

Helmertova transformacija

- Primena metoda najmanjih kvadrata (MNK)

$$\mathbf{N}\hat{\mathbf{t}} + \mathbf{n} = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{N} = \mathbf{C}^T\mathbf{C}$$
$$\mathbf{n} = \mathbf{C}^T\mathbf{f}$$

- Ocena transformacionih parametara i popravaka

$$\hat{\mathbf{t}} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{n}$$

$$\hat{\mathbf{v}}' = \mathbf{C}\hat{\mathbf{t}} + \mathbf{f}$$

- Ocena disperzionog koeficijenta

$$m_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}'^T\hat{\mathbf{v}}'}{f}$$

$f = 2m - u,\ m$ – broj tačaka mreže, u – broj nepoznatih parametara ($u = 4$)

Helmertova transformacija

- U cilju ispitivanja stabilnosti i određivanja pomeranja tačaka vrši se transformacija koordinata kontrolne epohe merenja u nultu epohu merenja. Nakon ocene parametara transformacije, određuju se pomaci tačaka, odnosno razlike između transformisanih koordinata kontrolne epohe i koordinata nulte epohe.
- Transformacija koordinata i određivanje pomeranja

$$x_{i,T}^{k} = x_i^k dq - y_i^k d\varphi + c_x \qquad dx_i = x_{i,T}^{k} - x_i^0, \;\; dy_i = y_{i,T}^{k} - y_i^0$$

$$y_{i,T}^{k} = y_i^k dq + x_i^k d\varphi + c_y \qquad d_i = \sqrt{{dx_i}^2 + {dy_i}^2}$$

Helmertova transformacija

- Analiza stabilnosti tačaka se vrši tako što se kontroliše da li su pomeranja tačaka u granicama dvostrukih standarda položaja tačaka iz izravnanja kontrolne epohe.

  Ukoliko je $d_i \geq 2\sigma_{P_i}$ tačaka se proglašava nestabilnom.

  Ukoliko je $d_i < 2\sigma_{P_i}$ tačaka se proglašava stabilnom.

$$\boxed{\sigma_{P_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}}$$

- Nestabilna tačka sa najvećom vrednošću pomeranja proglašava se **nestabilnom** tačkom i ne razmatra se u daljem postupku obrade.
- Navedeni postupak se ciklično ponavlja sve dok se ne identifikuju sve nestabilne tačke. U jednom iterativnom koraku samo jedna tačka može se proglasiti nestabilnom.

Unimodalna transformacija

- Kod Unimodalne transformacije koordinata tačaka razmera i oblik geodetske mreže ostaju nepromenjeni nakon transformacije, $q_x = q_y = q = 1$.
- Opšti oblik jednačina popravaka kod Unimodalne transformacije:

$$v_{x_i'} = -y_i d\varphi + c_x + x_i - x_i',$$

$$v_{y_i'} = x_i d\varphi + c_y + y_i - y_i', \quad i \in \{1,2,\dots,m\}.$$

Unimodalna transformacija

- U matričnom obliku jednačine popravaka mogu se predstaviti na sledeći način:

$$\mathbf{v}' = \mathbf{C}\mathbf{t} + \mathbf{f}$$

gde je:

$$\mathbf{t}^T = [d\varphi \quad c_x \quad c_y],$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -y_1^k & 1 & 1 \\ x_1^k & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -y_m^k & 1 & 1 \\ x_m^k & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} x_1^k - x_1^0 \\ y_1^k - y_1^0 \\ \vdots \\ x_m^k - x_m^0 \\ y_m^k - y_m^0 \end{bmatrix}.$$

Oznaka 0 se odnosi na nultu epohu.

Oznaka k se odnosi na kontrolnu epohu.

Unimodalna transformacija

- Primena metoda najmanjih kvadrata (MNK)

$$\mathbf{N}\hat{\mathbf{t}} + \mathbf{n} = \mathbf{0}$$
$$\mathbf{N} = \mathbf{C}^T\mathbf{C}$$
$$\mathbf{n} = \mathbf{C}^T\mathbf{f}$$

- Ocena transformacionih parametara i popravaka

$$\hat{\mathbf{t}} = -\mathbf{N}^{-1}\mathbf{n}$$

$$\hat{\mathbf{v}}' = \mathbf{C}\hat{\mathbf{t}} + \mathbf{f}$$

- Ocena disperzionog koeficijenta

$$m_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}'^T\hat{\mathbf{v}}'}{f}$$

$f = 2m - u,\ m$ – broj tačaka mreže, u – broj nepoznatih parametara ($u = 3$)

Unimodalna transformacija

- Transformacija koordinata i određivanje pomeranja

$$x_{i,T}^{k} = -y_i^k d\varphi + x_i^k + c_x$$

$$y_{i,T}^{k} = x_i^k d\varphi + y_i^k + c_y$$

$$dx_i = x_{i,T}^{k} - x_i^0, \;\; dy_i = y_{i,T}^{k} - y_i^0$$

$$d_i = \sqrt{{dx_i}^2 + {dy_i}^2}$$

Unimodalna transformacija

- Analiza stabilnosti tačaka se vrši tako što se kontroliše da li su pomeranja tačaka u granicama dvostrukih standarda položaja tačaka iz izravnanja kontrolne epohe.

  Ukoliko je $d_i \geq 2\sigma_{P_i}$ tačaka se proglašava nestabilnom.

  Ukoliko je $d_i < 2\sigma_{P_i}$ tačaka se proglašava stabilnom.

$$\boxed{\sigma_{P_i} = \sqrt{\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{y_i}^2}}$$

- Nestabilna tačka sa najvećom vrednošću pomeranja proglašava se **nestabilnom** tačkom i ne razmatra se u daljem postupku obrade.
- Navedeni postupak se ciklično ponavlja sve dok se ne idenitifikuju sve nestabilne tačke. U jednom iterativnom koraku samo jedna tačka može se proglasiti nestabilnom.