



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GRAĐEVINARSTVO



GEODEZIJA

Koordinatni sistemi, azimut, direkcioni ugao, merne jedinice, merenje uglova

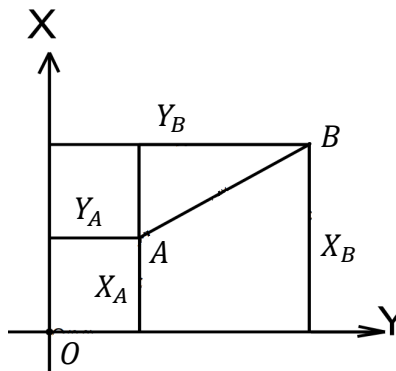
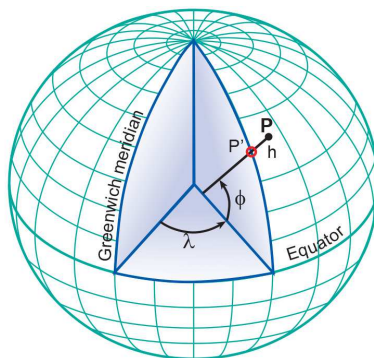
Doc. dr Mehmed Batilović, mast. inž. geodez.

Novi Sad, 2023/2024

1

Koordinatni sistemi

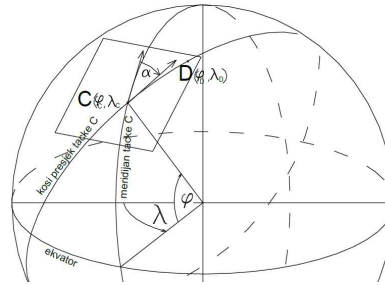
- Geografski koordinatni sistem – prostorni koordinatni sistem na elipsoidu.
- Dekartov pravougli koordinatni sistem u ravni.



2

Azimut

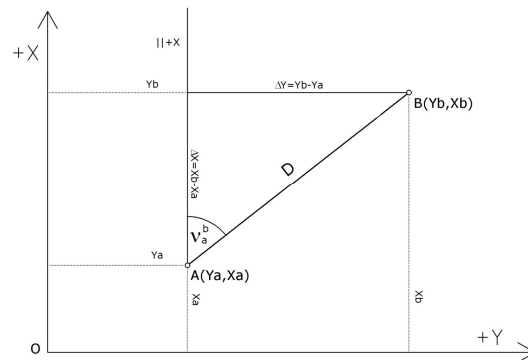
- Azimut je arapska reč koja se izgovara kao as-sumut, a znači pravac definisan sa uglom.
- Azimut – ugao u horizontalnoj ravni koji zaklapaju tangenta na meridijan povučena u temenu ugla sa tangentom na geodetsku liniju (najkraća kriva između dve tačke na elipsoidu) koja prolazi kroz tačke C i D, takođe povučenom iz temena ugla.
- Instrumenti pomoću kojih se mere azimuti u horizontalnoj ravni nazivaju se kompasi.



3

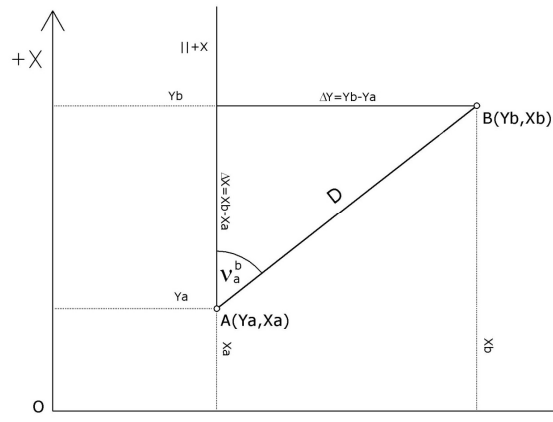
Direkcioni ugao

- Orijehtacija duži ili neke linije u projekcionoj ravni regulisana je državnim koordinatnim sistemom i direkcionim uglom.
- Direkcioni ugao se definiše kao ugao za koji treba zarotirati paralelu sa X osom provučenu kroz početnu tačku duži u smeru kazaljke na satu dok se ona ne poklopi sa zadatim pravcem duži.



4

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata



$$\Delta X = X_B - X_A$$

$$\Delta Y = Y_B - Y_A$$

$$\operatorname{tg} v_A^B = \frac{\Delta Y}{\Delta X}$$

$$D_{A-B} = \sqrt{\Delta Y^2 + \Delta X^2}$$

5

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata

➤ Kontrola računanja direkcionog ugla:

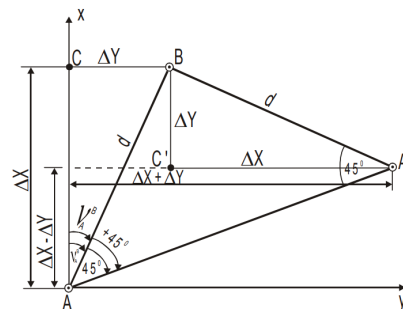
$$\operatorname{tg}(v_A^B + 45^\circ) = \frac{\Delta X + \Delta Y}{\Delta X - \Delta Y},$$

$$\operatorname{tg}(v_A^B + 45^\circ) = \frac{\operatorname{tg} v_A^B + \operatorname{tg} 45^\circ}{1 - \operatorname{tg} v_A^B \cdot \operatorname{tg} 45^\circ} =$$

$$= \frac{\operatorname{tg} v_A^B + 1}{1 - \operatorname{tg} v_A^B} = \frac{\frac{\Delta Y + \Delta X}{\Delta X}}{\frac{\Delta X - \Delta Y}{\Delta X}} = \frac{\Delta X + \Delta Y}{\Delta X - \Delta Y}.$$

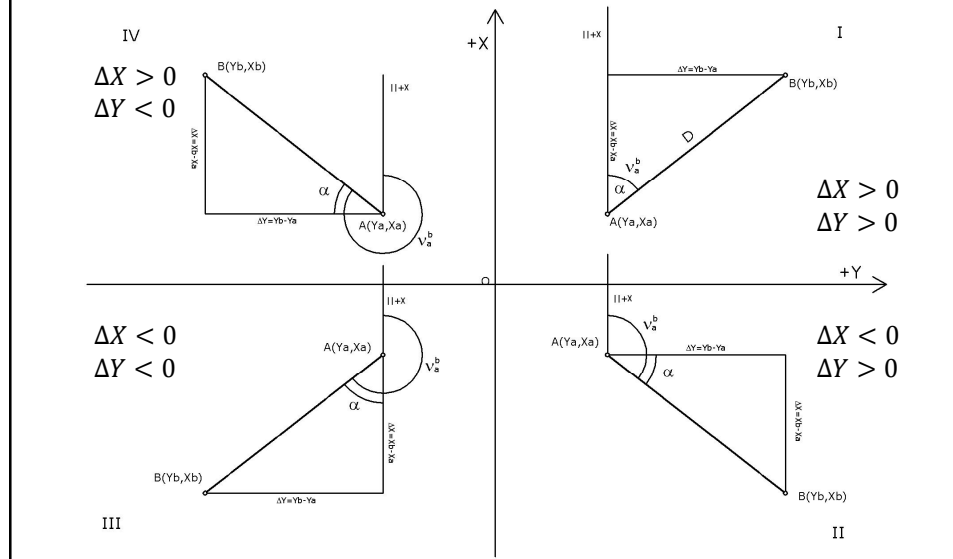
➤ Kontrola računanja dužine:

$$D_{A-B} = \frac{\Delta Y}{\sin v_A^B} = \frac{\Delta X}{\cos v_A^B}.$$



6

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata



7

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata

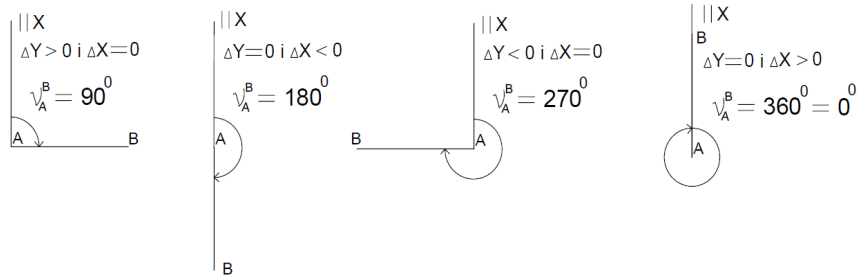
➤ Određivanje kvadranta i računanje direkcionog ugla.

Kvadrant	ΔY	ΔX	$\text{tg } \alpha$	ν_A^B
I	+	+	$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	α
II	+	-	$\left \frac{\Delta X}{\Delta Y} \right $	$\alpha + 90^\circ$
III	-	-	$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	$\alpha + 180^\circ$
IV	-	+	$\left \frac{\Delta X}{\Delta Y} \right $	$\alpha + 270^\circ$

8

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata

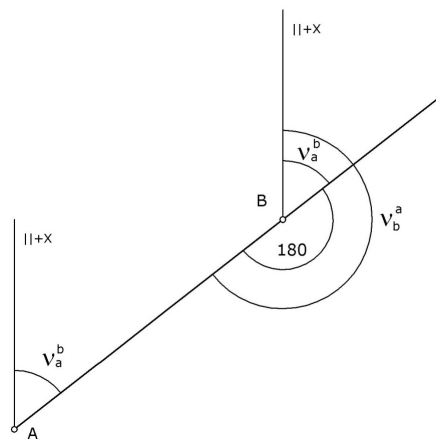
➤ Specijalni slučajevi računanja direkcionog ugla.



9

Računanje direkcionog ugla i dužine iz koordinata

➤ Osobine direkcionog ugla.



$$v_B^A = v_A^B \pm 180^\circ$$

$$v_B^A = v_A^B + 180^\circ, v_A^B < 180^\circ$$

$$v_B^A = v_A^B - 180^\circ, v_A^B > 180^\circ$$

10

Pojam merenja

- Merenja se nalaze u osnovi svih geodetskih računanja.
- Osnovni zadatak geodetskog inženjera jeste da u skladu sa zahtevima tačnosti utvrdi tip, obim i proceduru merenja i sprovede analizu rezultata merenja.
- Merenje – upoređivanje dve istorodne veličine od kojih je jedna jedinična (etalon).
- Metrologija je nauka o merenju koja obuhvata sve teorijske i praktične aspekte merenja, nezavisno od njihove oblasti i oblasti u kojoj se koriste.
- Tačnost merenja je kvalitativan pojam koji označava nivo bliskosti rezultata merenja i tačne vrednosti merene veličine.

11

Međunarodni sistem jedinica, SI

- Osnovne SI jedinice.

Naziv	Simbol	Veličina
Kilogram	kg	Masa
Sekunda	s	Vreme
Metar	m	Dužina
Amper	A	Električna struja
Kelvin	K	Termodinamička temperatura
Mol	mol	Količina supstance
Kandela	cd	Jačina svetlosti

- Izvedene jedinice – merne jedinice izražene kao funkcija osnovnih jedinica u datom sistemu.

12

Dekadni sistem

10^n	Prefiks	Simbol	Skala	Decimalno
10^6	mega	M	milijon	1 000 000
10^3	kilo	k	hiljada	1 000
10^2	hekto	h	sto	100
10^1	deka	da	deset	10
10^0			jedan	1
10^{-1}	deci	d	deseti deo	0,1
10^{-2}	centi	c	stoti deo	0,01
10^{-3}	mili	m	hiljaditi deo	0,001
10^{-6}	mikro	μ	milijarditi deo	0,000 001
10^{-9}	nano	n	bilijarditi deo	0,000 000 001
10^{-12}	piko	p	bilijarditi deo	0,000 000 000 001

13

Jedinice za merenja dužina

- Do kraja 18. veka u svetu su postojale različite jedinice za izražavanje vrednosti dužina što je predstavljalo velike smetnje i teškoće.
- Nakon Francuske revolucije krajem 18. veka uveden je metarski sistem kao jedinstven sistem za jedinice mere za dužine.
- Metar je definisan kao četrdesetomilijarditi ($1 / 40\,000\,000$) deo Zemljinog meridijana.
- Godine 1984. metar je definisan kao dužina koju pređe svetlost u vakumu za $1/299\,792\,458$ deo sekunde ($3,33564095 \cdot 10^{-9}$ s).

14

Jedinice za merenja dužina

➤ Pored metra kao osnovne jedinice često se koriste:

- 1 dm = 0,1 m;
- 1 cm = 0,01 m;
- 1 mm = 0,001 m;
- 1 hm = 100 m;
- 1 km = 1000 m.

➤ Stare jedinice za dužinu (zvanično se ne koriste):

- 1 hvat (bečki) = 1,896484 m;
- 1 hvat = 72 cola;
- 1 col (palac) = 2,634 cm;
- 1 inč = 2,54 cm.

15

Jedinice za merenja površina

➤ Osnovna jedinica za površine u geodeziji jeste metar kvadratni 1 m^2 .

➤ Osim kvadratnog metra često se koriste:

- 1 ar = 100 m^2 ;
- 1 ha = 100 ari = 10000 m^2 ;
- 1 km^2 = 100 ha.

➤ Stare jedinice za površine:

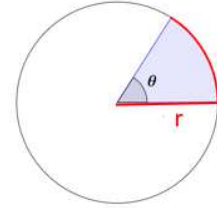
- 1 kj = 0,57546 ha (katastarsko jutro);
- 1 kj = 1600 hv^2 ;
- 1 hv^2 = $3,60 \text{ m}^2$ (kvadratni hvat);

16

Jedinice za merenje uglova

➤ Osnovna jedinica za merenja uglova jeste radijan (rad) koji se definiše kao centralni ugao čiji je luk jednak poluprečniku.

$$1 \text{ rad} = 360^\circ / 2\pi$$



➤ Seksagezimalna podela – stepen.

Stepen (1°) je centralni ugao koji odgovara tristašezdesetom ($1 / 360$) delu punog kruga.

$1^\circ = 60'$ (minut je 60-ti deo stepena)

$1' = 60''$ (sekunda je 60-ti deo minuta)

➤ Centezimalna podela – gon ili gradus.

Gon ili gradus (1^g) je centralni ugao koji odgovara četrstotom ($1 / 400$) delu punog kruga.

$1^g = 100^c$ (gradusni minut je 100-ti deo gradusa)

$1^c = 100^{cc}$ (gradusna sekunda je 100-ti deo gradusnog minuta)

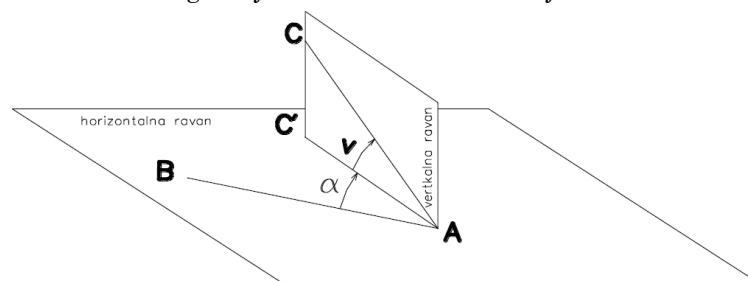
17

Uglovi

➤ Ugao je deo ravni ograničen dvema polupravama koje se seku u jednoj tački.

➤ U zavisnosti od položaja koji zauzima u prostoru, ugao može biti:

- prostorni – ugao čiji kraci leže u proizvoljnoj (kosoj) ravni;
- horizontalni – ugao čiji kraci leže horizontalnoj ravni α ;
- vertikalni – ugao čiji kraci leže u vertikalnoj ravni V .



18

Geodetski instrumenti za merenje uglova

- Geodetski instrumenti za merenje uglova nazivaju se teodoliti.
- Totalne stanice – savremeni geodetski instrumenti za merenje uglova.



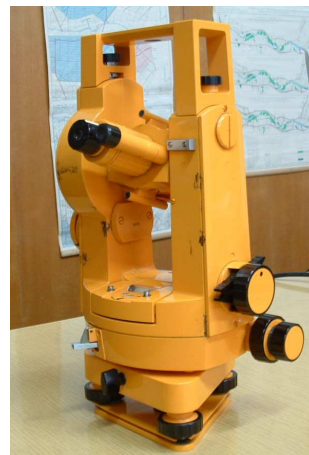
Teodoliti

Totalne stanice

19

Teodolit

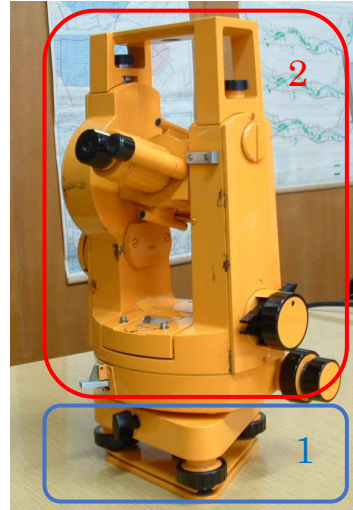
- Teodolit je geodetski instrument za merenje horizontalnih i vertikalnih uglova.
- Osnovni delovi teodolita su:
 - postolje sa tri položajna zavrtnja;
 - gornji okretni deo – alhidada;
 - libele;
 - durbin;
 - krug sa podelom (limb) za merenje horizontalnih uglova;
 - krug sa podelom (limb) za merenje vertikalnih uglova;
 - uređaji za očitavanje limbova.



20

Postolje i alhidada

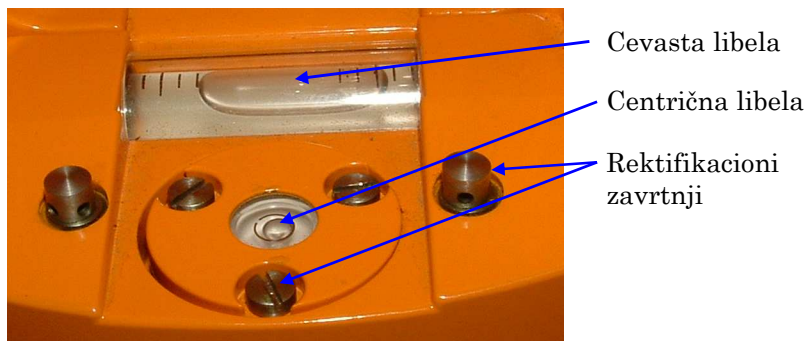
- Postolje sa tri položajna zavrtnja – postavlja se na glavu stativa i za nju pričvršćuje centralnim zavrtnjem (1).
- Položajni zavrtnji služe za horizontiranje instrumenta.
- Alhidada je gornji pokretni deo instrumenta na kojem se nalaze svi delovi teodolita (2).
- Alhidada se može rotirati oko zamišljene prave linije koja se naziva alhidadina osa.



21

Libele

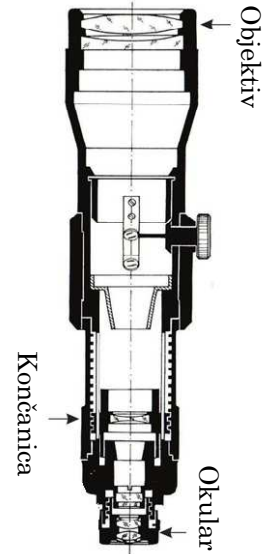
- Libele je sprava koja služi za dovođenje ravni ili pravih u horizontalan, odnosno vertikalni položaj.
- Centrična libela služi za grubo, a cevasta za fino horizontiranje instrumenta.



22

Durbin

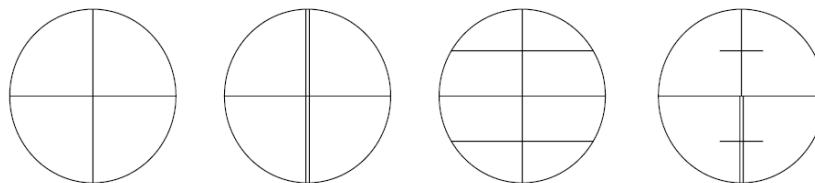
- Durbin je optička sprava namenjena za uveličavanje lika udaljenih predmeta.
- Durbin se sastoji od:
 - objektivnog sočiva (objektiva) koje se nalazi na prednjem delu durbina;
 - okularnog sočiva (okulara) koje se nalazi na zadnjem delu durbina;
 - končanice koja je smeštena između objektiva i okulara.
- Durbin je vezan za alhidadu tako da se može rotirati oko prave linije koja se naziva obrtna osa durbina.



23

Durbin

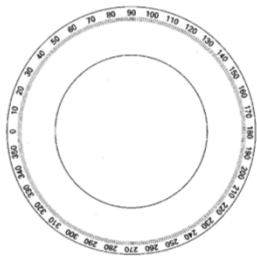
- Centar okulara je materijalizovan kao presek dve crte (konca) koje su upravne i koje se zovu končanica.
- Vizura – prava koja spaja presek horizontalnog i vertikalnog konca končanice i optički centar objektiva.
- Postupak navođenja vizure, da pogađa određeni predmet ili tačku na terenu, naziva se viziranje.



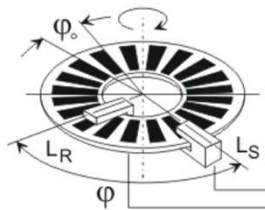
24

Limbovi

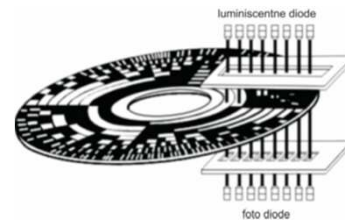
- Limb je uglomer u obliku kružnog prstena sa precizno izgraviranom podelom.
- Limbovi se izrađuju od specijalnog stakla (noviji tipovi instrumenata) ili metala (stariji tipov instrumenata).
- Kod instrumenata novije generacija upotrebljavaju se kodirani i inkrementalni enkoderi (limbovi).



Limb sa podelom



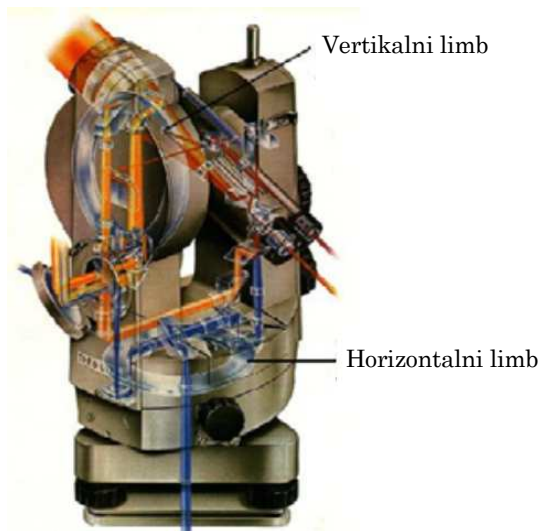
Inkrementalni limb



Kodirani limb

25

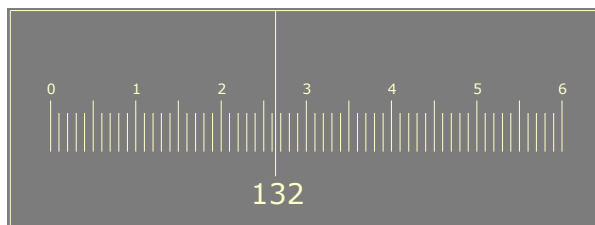
Horizontalni i vertikalni limb



26

Očitavanje limbova

- Teodoliti za očitavanje horizontalnog i vertikalnog limba koriste mehaničke i optičke uređaje.
- Među optičkim uređajima izdvajaju se:
 - mikroskop sa crticom;
 - mikroskop sa skalom crtica;
 - mikroskop sa optičkim mikrometrom.



Mikroskop sa skalom crtica

132° 26.3'

27

Očitavanje limbova

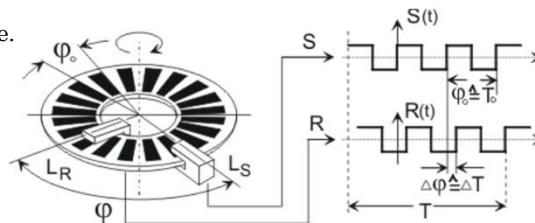
- Elektronsko očitavanje uglova – inkrementalni limb, statična fotočelija L_S i pokretna fotočelija L_R .
- Merenje ugla počinje rotacijom inkrementalnih limbova koje motor automatski pokreće (3 obrtaja u sekundi).
- Fotočelije L_S i L_R registruju signale $S(t)$ i $R(t)$.
- Merenje ugla zasniva se na merenju vremena Δt .

Vrednosti t_0 i φ_0 su poznate.

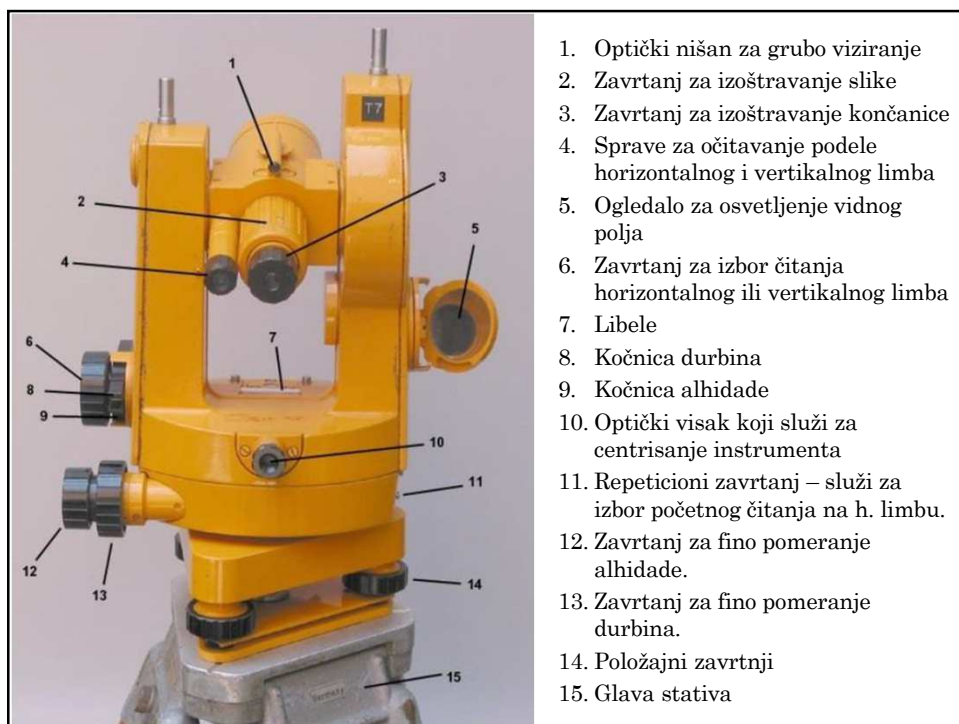
$$t = nt_0 + \Delta t$$

$$\varphi = n\varphi_0 + \Delta\varphi$$

$$\frac{\Delta\varphi}{\varphi_0} = \frac{\Delta t}{t_0} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{\varphi_0}{t_0} \cdot \Delta t$$



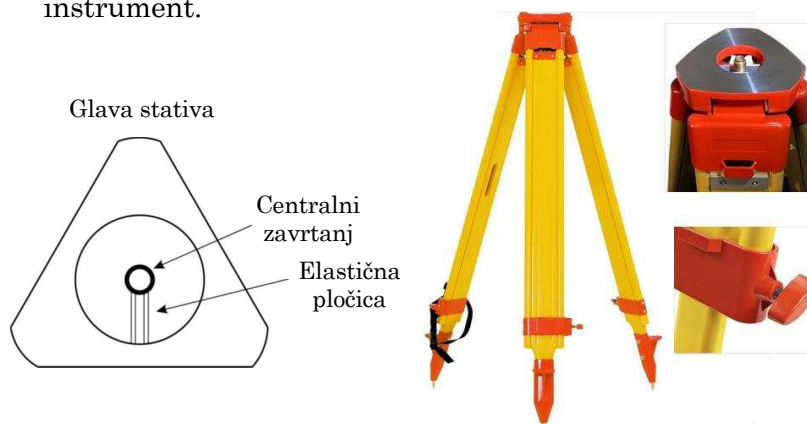
28



29

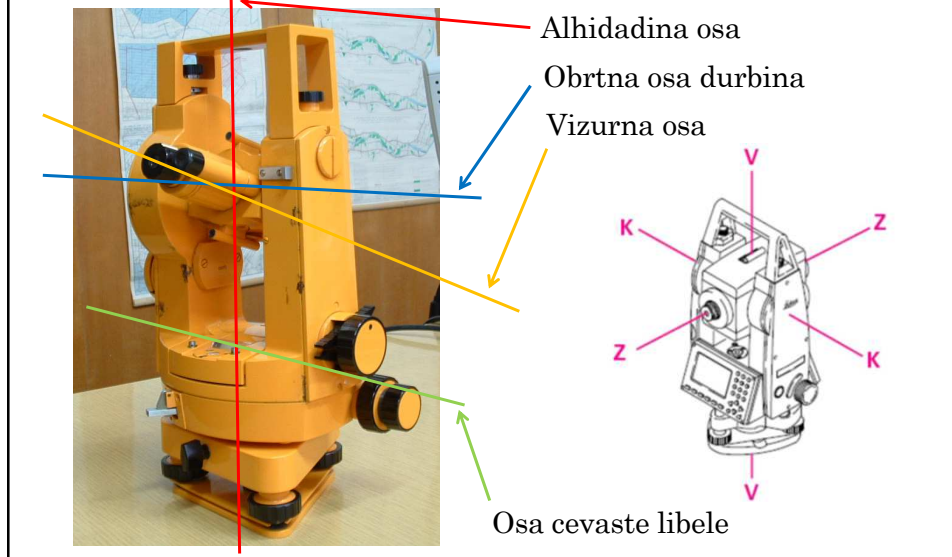
Stativ

➤ Stativ je drveni ili metalni tronožac na koji se postavlja instrument.



30

Ose teodolita



31

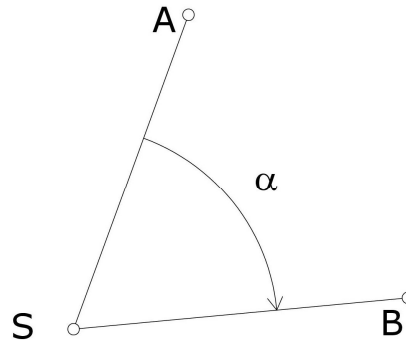
Uslovi teodolita

- Teodolit pri merenju uglova treba da zadovolji sledeće uslove:
 - upravnost obrtne ose durbina i alhidadine ose;
 - upravnost vizurne ose i obrtne ose durbina;
 - upravnost ose cevaste libele i alhidadine ose;
 - centričnost i upravnost horizontalnog limba na alhidadinu osu;
 - centričnost i upravnost vertikalnog limba na obrtnu osu durbina.
- Postupak ispitivanja ovih uslova i otklanjanja odstupanja se naziva rektifikacija teodolita.

32

Merenje horizontalnih uglova

- Na terenu ugao je definisan sa 3 tačke, jedna je teme ugla (stanica – S), dok druge dve zajedno sa temenom čine krake ugla (vizurne tačke – A i B).



33

Centrisanje teodolita

- Teodolit se prilikom merenja postavlja iznad stanice (tačka S) približno u visini očiju na stativ.
- Alhidadina osa treba da bude na vertikali (linija upravna na geoid) koja prolazi kroz tačku koja predstavlja stanicu.
- Navedeni postupak predstavlja centrisanje instrumenta i može se izvesti:

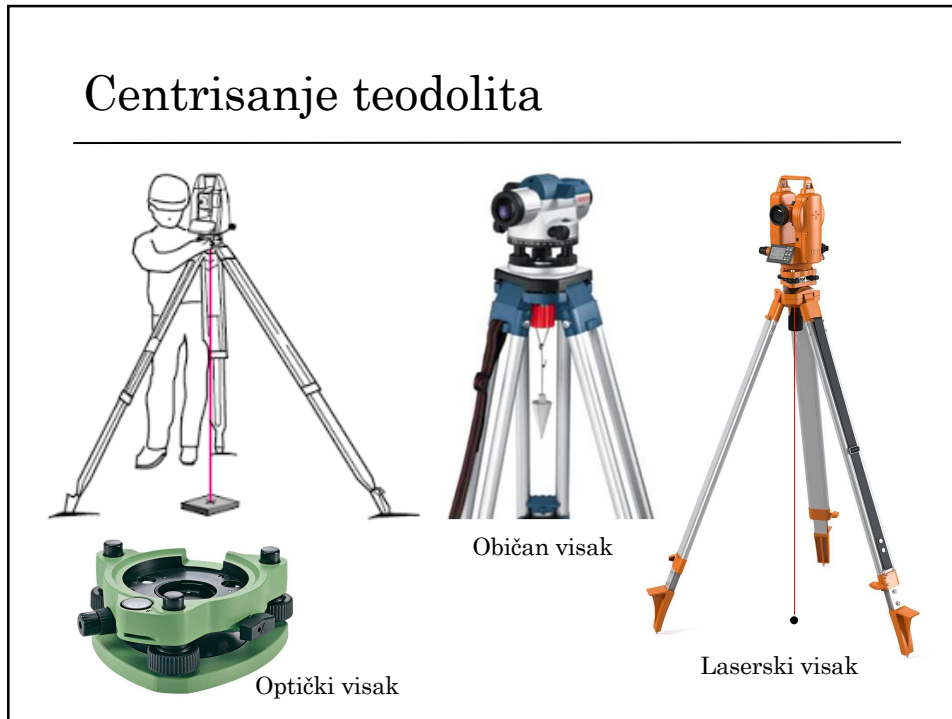
- običnim viskom;
- krutim viskom;
- optičkim viskom;
- laserskim zrakom;
- prisilno.



Materijalizacija tačke S koja je teme ugla

34

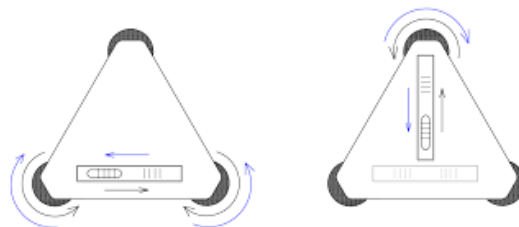
Centrisanje teodolita



35

Horizontiranje teodolita

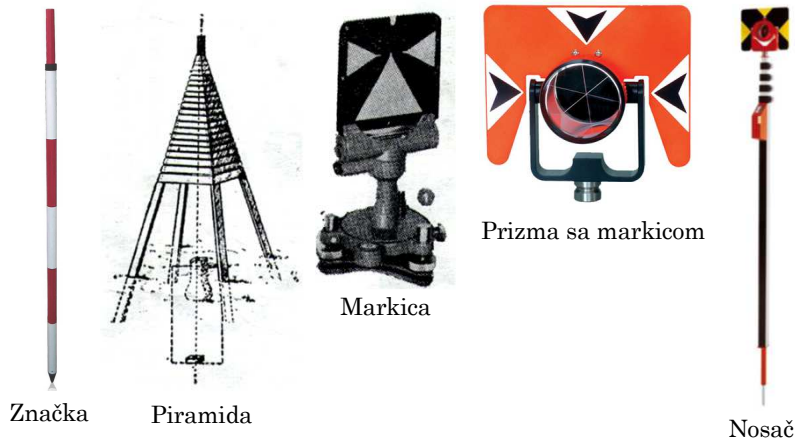
- Menjajući dužinu noga stativa dovedemo centričnu libelu da vrhuni.
- Rotiramo alhidadu, tako da cevastu libelu na alhidadi dovedemo u pravcu dva položajna zavrtnja.
- Okretanjem položajnih zavrtnja u suprotnom smeru dovedemo mehur libele da vrhuni.
- Okrenemo alhidadu tako da cevasta libela bude u pravcu trećeg položajnog zavrtnja i dovedemo mehur libele da vrhuni.



36

Signalisanje tačka

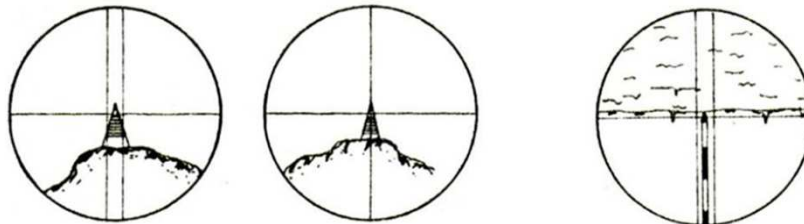
- Radi viziranja tačaka A i B koje čine krake ugla, one se na terenu moraju signalisati.



37

Viziranje tačaka

- Viziranjem se osa vizure dovodi da pogađa signal koji viziramo.
- Otkoči se kočnica na alhidadi i obrtnoj osi i durbin se dovede u pravac signala na vizurnoj tački.
- Pravac se fino dotera pomoću zavrtnjeva za fino pomeranje oko alhidade i obrtne ose durbina.



38

Položaji durbina

- I položaj durbina – limb za merenje vertikalnih uglova se nalazi sa leve strane operatera.
- II položaj durbina – limb za merenje vertikalnih uglova se nalazi sa desne strane operatera.



I položaj durbina (krug levo – KL)



II položaj durbina (krug desno – KD)

39

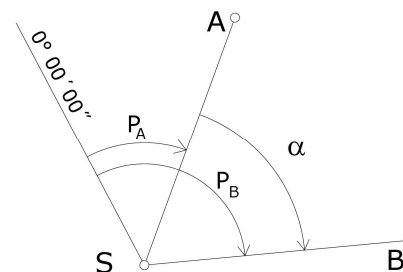
Merenje horizontalnih uglova

- U geodetskoj praksi prilikom merenja horizontalnih uglova vrši se očitavanje vrednosti na horizontalnom limbu za položaj durbina u pravcu vizurnih tačka (vrednosti pravaca).
- Iz očitanih vrednosti pravaca prema tačkama A i B računski se dobija horizontalni ugao:

$$\alpha = P_B - P_A.$$

- Metode merenja horizontalnih uglova:

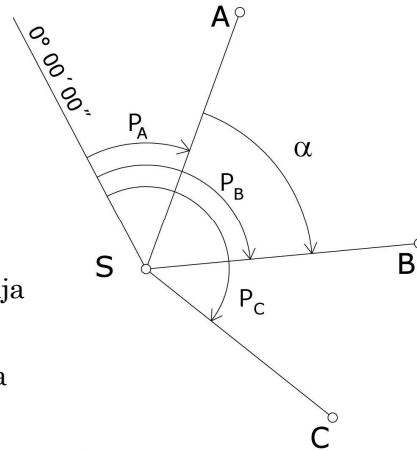
- prosta metoda;
- girusna metoda.



40

Prosta metoda merenja horizontalnih uglova

- Sa date stanice vrši se opažanje dva ili više pravaca u jednom položaju durbina (I ili II).
- Signal na tački koji je najvidljiviji se navizira i očitava vrednost horizontalnog limba.
- Teodolit se okreće u smeru kretanja kazaljki na satu ka sledećoj vizurnoj tački i ponavlja se očitavanje.
- Na kraju se opet vizira početna tačka – tzv. završna vizura.



41

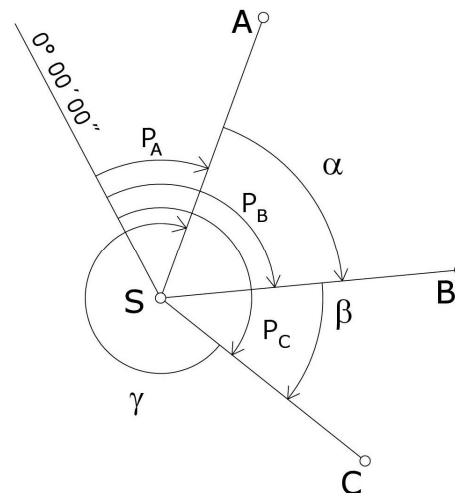
Prosta metoda merenja horizontalnih uglova

- Uglovi se određuju iz razlike vrednosti desnog i levog pravca.

$$\alpha = P_B - P_A$$

$$\beta = P_C - P_B$$

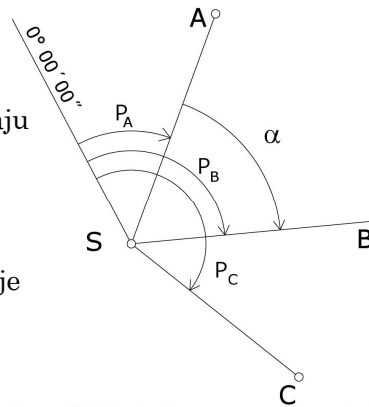
$$\gamma = P_A - P_C + 360^\circ$$



42

Girusna metoda merenja horizontalnih uglova

- Instrument se centriše i horizontira iznad stanice, nakon čega se odabere i vizira prva tačka u I položaju durbina.
- Viziraju se ostale tačke iduću u smeru kazaljke na satu i očitavaju vrednosti pravaca.
- Durbin se okreće u II položaj, nakon čega se viziraju tačke u obrnutom redosledu (od poslednje do prve u smeru suprotnom od kretanja kazaljki na satu) i očitavaju vrednosti pravaca.



43

Girusna metoda merenja horizontalnih uglova

- Kod girusne metode, za svaki pravac se obave dva čitanja (u I i u II položaju durbina) koja su međusobno različita za 180° , na osnovu kojih se računa srednja vrednost.
- Kada se za merenje horizontalnih uglova koristi girusna metoda, iz rezultata merenja se eliminiše eventualno neispunjenje uslova:
 - upravnost obrtne ose durbina i alhidadne ose;
 - upravnost vizurne ose i obrtne ose durbina;
- Bez obzira na metodu merenja, greške koje nastaju ako nije ispunjen uslov upravnosti ose cevaste libele i alhidadne ose, ostaju u rezultatu merenja.

44

Obrada podataka pri merenju horizontalnih uglova girusnom metodom

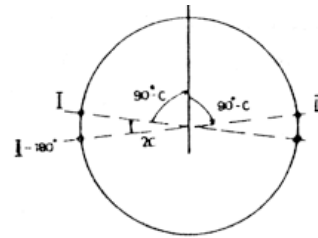
Stanica	Vizura	I položaj durbina	II položaj durbina	2C	Sredina	Redukovana sredina
930	550	15°24' 16"	195°24' 10"	-6"	15°24' 13"	0°00' 00"
	266	83°54' 45"	263°54' 37"	-8"	83°54' 41"	68°30' 28"
266	T3	0°14' 11"	180°14' 08"	-3"	0°14' 09"	0°00' 00"
	930	293°51' 17"	113°51' 07"	-10"	293°51' 12"	293°37' 03"
	550	347°33' 29"	167°33' 21"	-8"	347°33' 25"	347°19' 16"

$$2C = (II_{\text{položaj}} + 180^\circ) - I_{\text{položaj}}, \quad II_{\text{položaj}} < 180^\circ$$

$$2C = (II_{\text{položaj}} - 180^\circ) - I_{\text{položaj}}, \quad II_{\text{položaj}} > 180^\circ$$

$$Sredina = \frac{I_{\text{položaj}} + (II_{\text{položaj}} \pm 180^\circ)}{2}$$

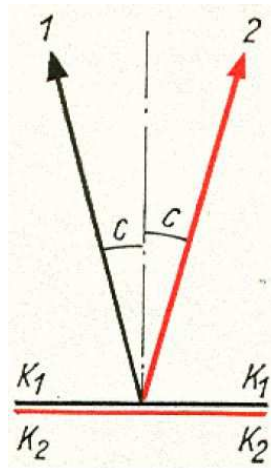
$$Redukovana\ sredina_i = Sredina_i - Sredina_1$$



45

Obrada podataka pri merenju horizontalnih uglova girusnom metodom

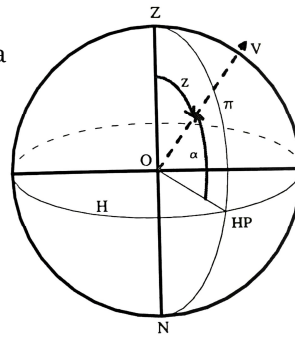
➤ Dvostruka kolimaciona greška (2C).



46

Vertikalni i zenitni uglovi

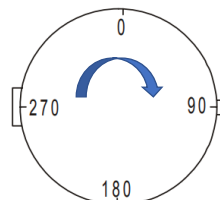
- Nebeska sfera je sfera beskonačnog poluprečnika, čiji se centar može se poklapati sa centrom Zemlje (geocentrična sfera) ili sa okom posmatrača (topocentrična sfera).
- Topocentrična sfera čiji se centar poklapa sa presekom alhidatine i obrtne ose durbina.
- Vertikala, linija upravna na geoid, prodire nebesku sferu iznad oka posmatrača u tački Z koja se naziva zenit, a ispod oka posmatrača u tački N koja se naziva nadir.
- Zenitni ugao – ugao za koji treba rotirati pravac vertikale da se poklopi sa vizurom.
- Vertikalni ugao – ugao za koji treba rotirati horizontalnu projekciju vizure dok se ne poklopi sa vizurom.



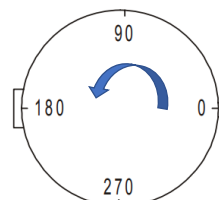
47

Merenje vertikalnih i zenitnih uglova

- Vertikalni limb se rotira zajedno sa durbinom oko obrtne ose durbina.
- Indeksi za očitavanje podele vertikalnog limba stoje nepomično.
- Nepomičnost indeksa za očitavanje vertikalnog limba ostvaruje se pomoću cevaste libele ili kompenzatora.
- Merenja u prvom položaju durbina obeležavaju se sa *KL*, dok se merenja u drugom položaju durbina obeležavaju sa *KD*.



Zenitni uglovi



Vertikalni uglovi

48

Merenje vertikalnih i zenitnih uglova

➤ Uslovi koji moraju biti zadovoljeni:

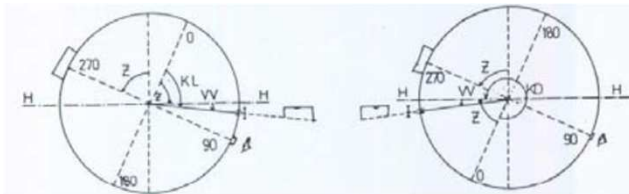
$$KL + KD = 360^\circ \text{ (ukoliko se mere zenitni uglovi);}$$

$$KL + KD = 180^\circ \text{ (ukoliko se mere vertikalni uglovi).}$$

➤ Pod pretpostavkom da čitanje pri horizontalnoj vizuri nije 90° , čitanje KL će biti opterećeno greškom koja se naziva kolimacija VV .

$$KL = Z + VV, \quad KD = 360^\circ - Z + VV,$$

$$KL + KD = 360^\circ + 2VV, \quad VV = \frac{KL + KD - 360^\circ}{2}.$$

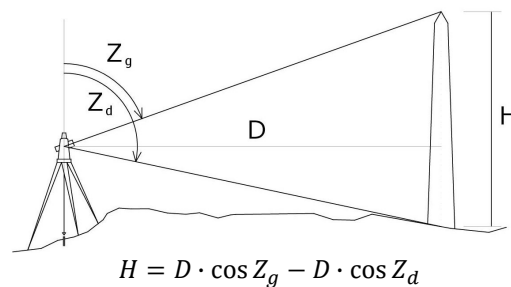


49

Merenje vertikalnih i zenitnih uglova

➤ Vertikalni i zenitni uglovi imaju široku primenu:

- određivanje horizontalnih dužina na osnovu kose dužine i zenitnog (vertikalnog) ugla;
- merenje visinskih razlika trigonometrijskim nivelmanom;
- određivanje visina visokih nepristupačnih objekata.



50

Merenje vertikalnih i zenitnih uglova

- Merenja vertikalnih i zenitnih uglova vrše primenom:
 - proste metode;
 - girusne metode.
- Prosta metoda podrazumeva merenja vertikalnih i zenitnih uglova u jednom položaju durbina.
- Girusna metoda podrazumeva merenje merenja vertikalnih i zenitnih uglova u oba položaja durbina.
- Kontrola merenja se vrši pomoću vrednosti kolimacije VV .
- Vrednosti vertikalnih i zenitnih uglova oslobođene su uticaja kolimacija VV , ukoliko se vertikalni i zenitni uglovi mere u oba položaja durbina.

51

PITANJA?

52