

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

RAČUN IZRAVNANJA  
VEŽBA 3

NOVI SAD, 2024.

# TESTIRANJE HIPOTEZA

Procedura testiranja validnosti statistike naziva se **testiranjem hipoteze**. Osnovni elementi test hipoteza jesu:

- **Nulta hipoteza,  $H_0$  - tvrdnja kojom se porede statistika populacije i statistika uzorka**
- **Alternativna hipoteza,  $H_a$  – šta se prihvata ako se donese odluka o odbacivanju  $H_0$**
- **Test statistika – vrednost koja se računa na osnovu uzorka i koja se koristi prilikom donošenja odluke da li  $H_0$  treba odbaciti**
- **Reon odbacivanja – vrednost test statistike za koju se odbacuje nulta hipoteza.**

# TESTIRANJE HIPOTEZA

Kada se god donosi odluka vezano za nultu hipotezu, postoji mogućnost donošenja pogrešne odluke. Prilikom donošenja odluke moguća je pojava dva osnovna tipa grešaka, i to:

- **odbacivanje validne statistike** (odbacivanje  $H_0$ , iako je korektna, greška **Tip I**)
- **prihvatanje nevalidne statistike** (prihvatanja  $H_0$  iako nije korektna, greška **Tip II**)

Dakle, može se konstatovati, prilikom testiranja hipoteza moguće su dve vrste grešaka, i to:

# TESTIRANJE HIPOTEZA

**Greška tip 1:** odbacivanje nulte hipoteze ukoliko je ona zaista tačna (što se simbolino označava kao  $\alpha$ ),

**Greška tip 2:** ne odbacivanje nulte hipoteze kada je ona zaista netačna (što se simbolično označava kao  $\beta$ )

STANJE	Odluka	
	Prihvata se $H_0$	Odbacuje se $H_0$
$H_0$ istinito	Dobra odluka: $P=1-\alpha$ (nivo poverenja)	Greška tip I: $P=\alpha$ (nivo značajnosti)
$H_a$ istinito	Greška tip II: $P=\beta$	Dobra odluka: $P=1-\beta$ (moć testa)

# Zadatak 1

## TESTIRANJE HIPOTEZA O SREDNJOJ VREDNOSTI POPULACIJE/UZORKA

Testovi mogu biti dvostrani i jednostrani

### Jednostrani:

$$H_0: M[\bar{y}] = \mu = \bar{y}$$

$$H_a: M[\bar{y}] = \mu > \bar{y} \ (\mu < \bar{y})$$

### Test statistika:

$$t = \frac{\bar{y} - \mu}{s/\sqrt{n}}$$

Reon odbacivanja nulte hipoteze definiše se kao:

$$t > t_\alpha$$

$t_\alpha$  i  $t_{\alpha/2}$  - kvantili jednostranog i dvostranog studentovog „t“ rasporeda, respektivno.

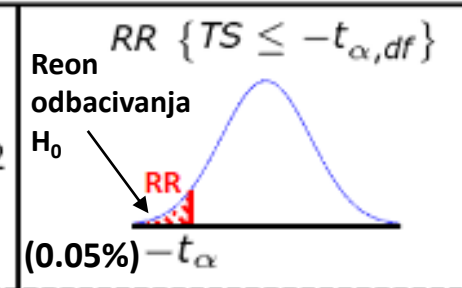
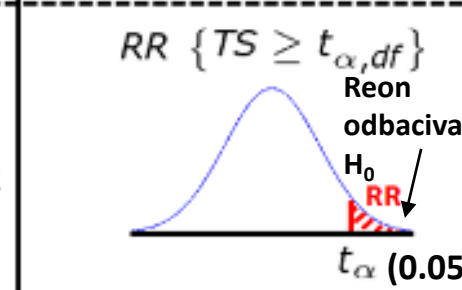
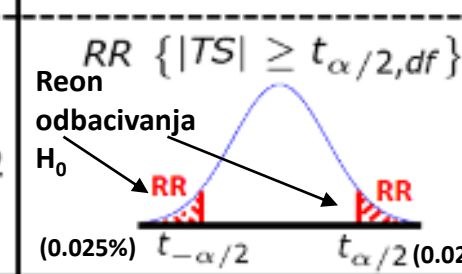
### Napomene:

- Za uzorke sa  $n > 30$ , umesto studentovog „t“ rasporeda koristi se normalan raspored.
- Za poznato  $\sigma$ , umesto studentovog „t“ rasporeda koristi se normalan raspored. Odnosno, umesto  $t_\alpha$ , koriste se kvantili normalnog rasporeda.

### Dvostrani:

$$H_0: M[\bar{y}] = \mu = \bar{y}$$

$$H_a: M[\bar{y}] = \mu \neq \bar{y}$$

$H_0$	$H_a$	REJECTION REGION
Jednostrani test Levo ograničenje $\mu_1 \geq \mu_2$	$\mu_1 < \mu_2$	$RR \{TS \leq -t_{\alpha,df}\}$ Reon odbacivanja $H_0$  (0.05%) $-t_\alpha$
Jednostrani test Desno ograničenje $\mu_1 \leq \mu_2$	$\mu_1 > \mu_2$	$RR \{TS \geq t_{\alpha,df}\}$ Reon odbacivanja $H_0$  $t_\alpha$ (0.05%)
Dvostrani test $\mu_1 = \mu_2$	$\mu_1 \neq \mu_2$	$RR \{ TS  \geq t_{\alpha/2,df}\}$ Reon odbacivanja $H_0$  (0.025%) $t_{-\alpha/2}$ $t_{\alpha/2}$ (0.025%)

# Zadatak 2

## TESTIRANJE HIPOTEZA O VARIJANSI POPULACIJE/UZORKA

Ponekad je važno proveriti da li instrument meri sa specificiranom preciznošću. Prilikom kontrole varijanse uzorka, u odnosu na varijansu populacije, koristi se  $\chi^2$  raspored.

Testovi mogu biti dvostrani i jednostrani

### Jednostrani:

$$H_0: M[s^2] = s^2 = \sigma^2$$

$$H_a: M[s^2] = s^2 > \sigma^2 \text{ (} s^2 < \sigma^2 \text{)}$$

### Test statistika:

$$\chi^2 = \frac{f * s^2}{\sigma^2}$$

### Dvostrani:

$$H_0: M[s^2] = s^2 = \sigma^2$$

$$H_a: M[s^2] = s^2 \neq \sigma^2$$

Reon odbacivanja nulte hipoteze definiše se kao:

$$\chi^2 > \chi_{\alpha, f}^2$$

$$\chi^2 > \chi_{\alpha/2, f}^2$$

$\chi_{\alpha, f}^2$  i  $\chi_{\alpha/2, f}^2$  - kvantili jednostranog i dvostranog hi na kvadrat ( $\chi^2$ ) rasporeda, respektivno.

# FIŠEROV „F“ RASPORED

F raspored se koristi pri poređenju sračunatih varijansi dva uzorka. Ukoliko su  $\chi_1^2$  i  $\chi_2^2$  dve hi-kvadrat promenljive sa  $f_1$  i  $f_2$ , tada je po definiciji

$$F = \frac{\chi_1^2/f_1}{\chi_2^2/f_2}$$

F raspored u brojiocu ima  $f_1$  stepeni slobode i odnosi se na jednu populaciju, a u imeniocu  $f_2$  stepeni slobode i odnosi se na drugu populaciju. Za razliku od  $\chi^2$  ili t rasporeda, kod F rasporeda procentne tačke su prikazane u više tabela.

F raspored se koristi pri testiranju uzoraka na pripadnost istoj populaciji. Na primer, ako imamo dve varijanse,  $s_1^2$  i  $s_2^2$ . Da bi dve varijanse pripadale istoj populaciji, odnos varijansi treba biti jednak 1 (tj.  $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ).

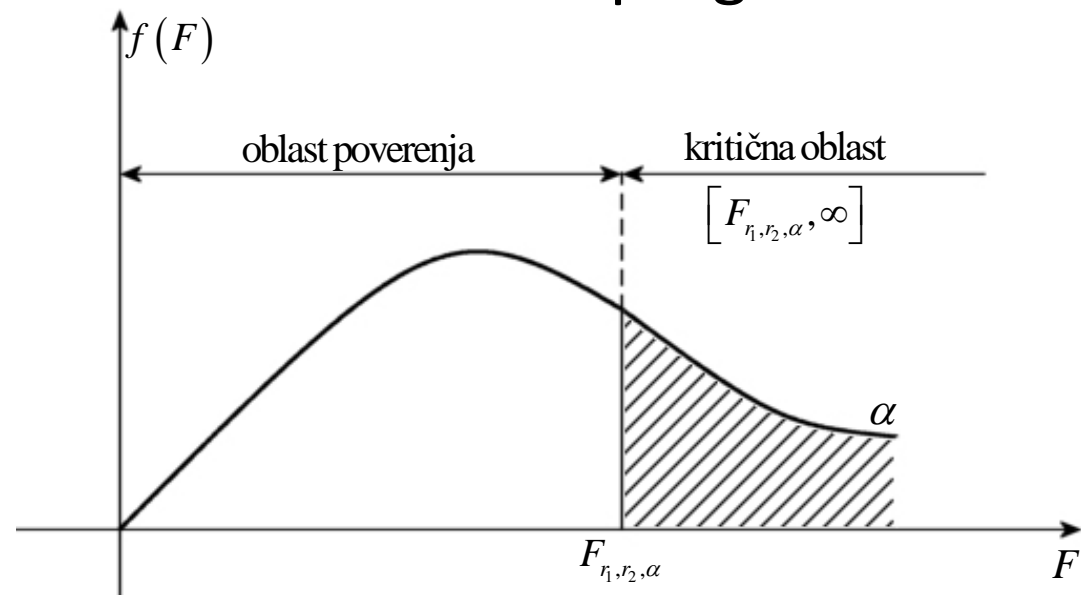
# FIŠEROV „F“ RASPORED

Verovatnoće za Fišerov „F“ raspored prikazane su u tabelama 1-7.

U navedenim tabelama za usvojeni nivo značajnosti  $\alpha = 1 - p$  i odgovarajuće brojeve stepeni slobode  $f_1$  i  $f_2$  određuje kvantil Fišerovog „F“ rasporeda  $F_{\alpha, f_1, f_2}$ .

Takođe, kvantil Fišerovog „F“ rasporeda se može odrediti i u programu Excel pomoću sledeće funkcije:

$$\text{Excel: } F_{\alpha, f_1, f_2} \rightarrow \text{FINV}(1 - p, f_1, f_2)$$





**Table D.4 Critical values for F distribution**  
 $\alpha = 0.20$

# Tabela 1

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	9.47	12.00	13.06	13.64	14.01	14.26	14.44	14.58	14.68	14.77	14.90	15.04	15.17	15.24	15.31	15.37	15.44	15.51
2	3.56	4.00	4.16	4.24	4.28	4.32	4.34	4.36	4.37	4.38	4.40	4.42	4.43	4.44	4.45	4.46	4.46	4.47
3	2.68	2.89	2.94	2.96	2.97	2.97	2.97	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98	2.98
4	2.35	2.47	2.48	2.48	2.48	2.47	2.47	2.47	2.46	2.46	2.46	2.46	2.45	2.44	2.44	2.44	2.43	2.43
5	2.18	2.26	2.25	2.24	2.23	2.22	2.21	2.20	2.20	2.19	2.18	2.18	2.17	2.16	2.16	2.15	2.15	2.14
6	2.07	2.13	2.11	2.09	2.08	2.06	2.05	2.04	2.03	2.03	2.02	2.01	2.00	1.99	1.98	1.98	1.97	1.96
7	2.00	2.04	2.02	1.99	1.97	1.96	1.94	1.93	1.93	1.92	1.91	1.89	1.88	1.87	1.86	1.86	1.85	1.84
8	1.95	1.98	1.95	1.92	1.90	1.88	1.87	1.86	1.85	1.84	1.83	1.81	1.80	1.79	1.78	1.77	1.76	1.75
9	1.91	1.93	1.90	1.87	1.85	1.83	1.81	1.80	1.79	1.78	1.76	1.75	1.73	1.72	1.71	1.70	1.69	1.68
10	1.88	1.90	1.86	1.83	1.80	1.78	1.77	1.75	1.74	1.73	1.72	1.70	1.68	1.67	1.66	1.65	1.64	1.63
11	1.86	1.87	1.83	1.80	1.77	1.75	1.73	1.72	1.70	1.69	1.67	1.66	1.64	1.63	1.62	1.61	1.60	1.59
12	1.84	1.85	1.80	1.77	1.74	1.72	1.70	1.69	1.67	1.66	1.65	1.64	1.62	1.60	1.59	1.58	1.56	1.55
13	1.82	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.68	1.66	1.65	1.64	1.62	1.60	1.58	1.56	1.55	1.53	1.52	1.51
14	1.81	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.65	1.64	1.63	1.62	1.60	1.58	1.56	1.54	1.53	1.51	1.50	1.49
15	1.80	1.80	1.75	1.71	1.68	1.66	1.64	1.62	1.61	1.60	1.58	1.56	1.54	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47
16	1.79	1.78	1.74	1.70	1.67	1.64	1.62	1.61	1.59	1.58	1.56	1.54	1.52	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45
17	1.78	1.77	1.72	1.68	1.65	1.63	1.61	1.59	1.58	1.57	1.55	1.53	1.51	1.49	1.48	1.46	1.45	1.43
18	1.77	1.76	1.71	1.67	1.64	1.62	1.60	1.58	1.56	1.55	1.53	1.51	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.42
19	1.76	1.75	1.70	1.66	1.63	1.61	1.58	1.57	1.55	1.54	1.52	1.50	1.48	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41
20	1.76	1.75	1.70	1.65	1.62	1.60	1.58	1.56	1.54	1.53	1.51	1.49	1.47	1.45	1.44	1.43	1.41	1.40
21	1.75	1.74	1.69	1.65	1.61	1.59	1.57	1.55	1.53	1.52	1.50	1.48	1.46	1.44	1.43	1.42	1.40	1.39
22	1.75	1.73	1.68	1.64	1.61	1.58	1.56	1.54	1.53	1.51	1.49	1.47	1.45	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38
23	1.74	1.73	1.68	1.63	1.60	1.57	1.55	1.53	1.52	1.51	1.49	1.47	1.45	1.43	1.42	1.40	1.39	1.37
24	1.74	1.72	1.67	1.63	1.59	1.57	1.55	1.53	1.51	1.50	1.48	1.46	1.43	1.42	1.40	1.39	1.38	1.36
25	1.73	1.72	1.66	1.62	1.59	1.56	1.54	1.52	1.51	1.49	1.47	1.45	1.42	1.41	1.39	1.38	1.36	1.34
26	1.73	1.71	1.66	1.62	1.58	1.56	1.53	1.52	1.50	1.49	1.47	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33
27	1.73	1.71	1.66	1.61	1.58	1.55	1.53	1.51	1.49	1.48	1.46	1.44	1.41	1.40	1.38	1.36	1.35	1.33
28	1.72	1.71	1.65	1.61	1.57	1.55	1.52	1.51	1.49	1.48	1.46	1.43	1.41	1.39	1.37	1.36	1.34	1.32
29	1.72	1.70	1.65	1.60	1.57	1.54	1.52	1.50	1.49	1.47	1.45	1.43	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31
30	1.72	1.70	1.64	1.60	1.57	1.54	1.52	1.50	1.48	1.47	1.45	1.42	1.39	1.38	1.36	1.35	1.33	1.31
50	1.69	1.66	1.60	1.56	1.52	1.49	1.47	1.45	1.43	1.42	1.39	1.37	1.34	1.32	1.30	1.28	1.26	1.24
60	1.68	1.65	1.59	1.55	1.51	1.48	1.46	1.44	1.42	1.41	1.38	1.35	1.32	1.31	1.29	1.27	1.24	1.22
80	1.67	1.64	1.58	1.53	1.50	1.47	1.44	1.42	1.41	1.39	1.37	1.34	1.31	1.29	1.27	1.25	1.22	1.19
120	1.66	1.63	1.57	1.52	1.48	1.45	1.43	1.41	1.39	1.37	1.35	1.32	1.29	1.27	1.25	1.23	1.20	1.17

(continued)

Table D.4 (Continued)

 $\alpha = 0.10$ 

## Tabela 2

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	39.85	49.49	53.59	55.83	57.23	58.20	58.90	59.43	59.85	60.19	60.70	61.21	61.73	61.99	62.26	62.52	62.79	63.05
2	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.48
3	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.14
4	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.78
5	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.12
6	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.74
7	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.49
8	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.32
9	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.18
10	3.28	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.08
11	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	2.00
12	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.93
13	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.88
14	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.83
15	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.79
16	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.75
17	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72
18	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69
19	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.67
20	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.64
21	2.96	2.57	2.36	2.23	2.14	2.08	2.02	1.98	1.95	1.92	1.87	1.83	1.78	1.75	1.72	1.69	1.66	1.62
22	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.60
23	2.94	2.55	2.34	2.21	2.11	2.05	1.99	1.95	1.92	1.89	1.84	1.80	1.74	1.72	1.69	1.66	1.62	1.59
24	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.57
25	2.92	2.53	2.32	2.18	2.09	2.02	1.97	1.93	1.89	1.87	1.82	1.77	1.72	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56
26	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.54
27	2.90	2.51	2.30	2.17	2.07	2.00	1.95	1.91	1.87	1.85	1.80	1.75	1.70	1.67	1.64	1.60	1.57	1.53
28	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.52
29	2.89	2.50	2.28	2.15	2.06	1.99	1.93	1.89	1.86	1.83	1.78	1.73	1.68	1.65	1.62	1.58	1.55	1.51
30	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.50
50	2.81	2.41	2.20	2.06	1.97	1.90	1.84	1.80	1.76	1.73	1.68	1.63	1.57	1.54	1.50	1.46	1.42	1.38
60	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.35
80	2.77	2.37	2.15	2.02	1.92	1.85	1.79	1.75	1.71	1.66	1.63	1.57	1.51	1.48	1.44	1.40	1.36	1.31
120	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.26

Table D.4 (Continued)

 $\alpha = 0.05$ 

## Tabela 3

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	161.4	199.4	215.6	224.5	230.1	233.9	236.7	238.8	240.5	241.8	243.8	245.9	247.9	249	250	251.1	252.1	253.2
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35	19.37	19.38	19.39	19.41	19.43	19.44	19.45	19.46	19.47	19.48	19.49
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.03	1.95	1.87	1.78	1.74	1.69	1.63	1.58	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	2.00	1.95	1.88	1.79	1.70	1.65	1.60	1.54	1.48	1.41
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35



Table D.4 (Continued)  
 $\alpha = 0.01$

# Tabela 4

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6339
2	98.5	99.0	99.2	99.2	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
3	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.3	27.2	27.1	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.2
4	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.6	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.7	13.7	13.6
5	16.25	13.27	12.06	11.39	10.97	10.67	10.46	10.29	10.16	10.05	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.11
6	13.74	10.92	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.97
7	12.24	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.74
8	11.26	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.95
9	10.56	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.40
10	10.04	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	4.00
11	9.64	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.69
12	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.45
13	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.25
14	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.09
15	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.96
16	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.84
17	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75
18	8.28	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67
19	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.58
20	8.09	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.52
21	8.01	5.78	4.87	4.37	4.04	3.81	3.64	3.51	3.40	3.31	3.17	3.03	2.88	2.80	2.72	2.64	2.55	2.46
22	7.94	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.40
23	7.88	5.66	4.76	4.26	3.94	3.71	3.54	3.41	3.30	3.21	3.07	2.93	2.78	2.70	2.62	2.54	2.45	2.35
24	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.31
25	7.77	5.57	4.68	4.18	3.85	3.63	3.46	3.32	3.22	3.13	2.99	2.85	2.70	2.62	2.54	2.45	2.36	2.27
26	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.23
27	7.67	5.49	4.60	4.11	3.78	3.56	3.39	3.26	3.15	3.06	2.93	2.78	2.63	2.55	2.47	2.38	2.29	2.20
28	7.63	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.17
29	7.60	5.42	4.54	4.04	3.73	3.50	3.33	3.20	3.09	3.00	2.87	2.73	2.57	2.49	2.41	2.33	2.23	2.14
30	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.11
50	7.17	5.06	4.20	3.72	3.41	3.19	3.02	2.89	2.78	2.70	2.56	2.42	2.27	2.18	2.10	2.01	1.91	1.80
60	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.73
80	6.96	4.88	4.04	3.56	3.26	3.04	2.87	2.74	2.64	2.55	2.42	2.27	2.12	2.03	1.94	1.85	1.75	1.63
120	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.53

(continued)

Table D.4 (Continued)

 $\alpha = 0.025$ 

## Tabela 5

$\nu_1 \backslash \nu_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	647.8	799.5	864.2	899.6	921.8	937.1	948.2	956.7	963.3	968.6	976.7	984.9	993.1	997.2	1001	1006	1010	1014
2	38.51	39.00	39.17	39.25	39.30	39.33	39.36	39.37	39.39	39.40	39.41	39.43	39.45	39.46	39.46	39.47	39.48	39.48
3	17.44	16.04	15.44	15.10	14.88	14.73	14.62	14.54	14.47	14.42	14.34	14.25	14.17	14.12	14.08	14.04	13.99	13.95
4	12.22	10.65	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.31
5	10.01	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.07
6	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.90
7	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.41	4.36	4.31	4.25	4.20
8	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.73
9	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.39
10	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.14
11	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.94
12	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.79
13	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.66
14	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.55
15	6.20	4.76	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.46
16	6.11	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.38
17	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32
18	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.26
19	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.20
20	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.16
21	5.83	4.42	3.82	3.48	3.25	3.09	2.97	2.87	2.80	2.73	2.64	2.53	2.42	2.37	2.31	2.25	2.18	2.11
22	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.08
23	5.75	4.35	3.75	3.41	3.18	3.02	2.90	2.81	2.73	2.67	2.57	2.47	2.36	2.30	2.24	2.18	2.11	2.04
24	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	2.01
25	5.69	4.29	3.69	3.35	3.13	2.97	2.85	2.75	2.68	2.61	2.51	2.41	2.30	2.24	2.18	2.12	2.05	1.98
26	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.95
27	5.63	4.24	3.65	3.31	3.08	2.92	2.80	2.71	2.63	2.57	2.47	2.36	2.25	2.19	2.13	2.07	2.00	1.93
28	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.91
29	5.59	4.20	3.61	3.27	3.04	2.88	2.76	2.67	2.59	2.53	2.43	2.32	2.21	2.15	2.09	2.03	1.96	1.89
30	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.87
50	5.34	3.97	3.39	3.05	2.83	2.67	2.55	2.46	2.38	2.32	2.22	2.11	1.99	1.93	1.87	1.80	1.72	1.64
60	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.58
80	5.22	3.86	3.28	2.95	2.73	2.57	2.45	2.35	2.28	2.21	2.11	2.00	1.88	1.82	1.75	1.68	1.60	1.51
120	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.43

Table D.4 (Continued)

 $\alpha = 0.005$ 

## Tabela 6

$v_1 \backslash v_2$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	16211	20000	21615	22500	23056	23437	23715	23925	24091	24224	24426	24630	24836	24940	25044	25148	25253	253591
2	198.5	199.0	199.2	199.2	199.3	199.4	199.4	199.4	199.4	199.4	199.4	199.4	199.4	199.5	199.5	199.5	199.5	199.5
3	55.55	49.80	47.47	46.19	45.39	44.84	44.43	44.13	43.88	43.69	43.39	43.06	42.78	42.62	42.47	42.31	42.15	41.99
4	31.33	26.28	24.26	23.15	22.46	21.97	21.62	21.35	21.14	20.97	20.70	20.44	20.17	20.03	19.89	19.75	19.61	19.47
5	22.77	18.31	16.53	15.55	14.94	14.51	14.20	13.96	13.77	13.62	13.38	13.15	12.90	12.78	12.66	12.53	12.40	12.27
6	18.62	14.54	12.91	12.03	11.46	11.07	10.79	10.57	10.39	10.25	10.03	9.81	9.59	9.47	9.36	9.24	9.12	9.00
7	16.23	12.40	10.88	10.05	9.52	9.16	8.89	8.68	8.51	8.38	8.18	7.97	7.75	7.64	7.53	7.42	7.31	7.19
8	14.68	11.04	9.60	8.80	8.30	7.95	7.69	7.50	7.34	7.21	7.01	6.81	6.61	6.50	6.40	6.29	6.18	6.06
9	13.61	10.10	8.72	7.96	7.47	7.13	6.88	6.69	6.54	6.42	6.23	6.03	5.83	5.73	5.62	5.52	5.41	5.30
10	12.82	9.43	8.08	7.34	6.87	6.54	6.30	6.12	5.97	5.85	5.66	5.47	5.27	5.17	5.07	4.97	4.86	4.75
11	12.22	8.91	7.60	6.88	6.42	6.10	5.86	5.68	5.54	5.42	5.24	5.05	4.86	4.76	4.65	4.55	4.44	4.34
12	11.75	8.51	7.23	6.52	6.07	5.76	5.52	5.35	5.20	5.09	4.91	4.72	4.53	4.43	4.33	4.23	4.12	4.01
13	11.37	8.19	6.93	6.23	5.79	5.48	5.25	5.08	4.94	4.82	4.64	4.46	4.27	4.17	4.07	3.97	3.87	3.76
14	11.06	7.92	6.68	6.00	5.56	5.26	5.03	4.86	4.72	4.60	4.43	4.25	4.06	3.96	3.86	3.76	3.66	2.55
15	10.79	7.70	6.48	5.80	5.37	5.07	4.85	4.67	4.54	4.42	4.25	4.07	3.88	3.79	3.69	3.58	3.48	3.37
16	10.57	7.51	6.30	5.64	5.21	4.91	4.69	4.52	4.38	4.27	4.10	3.92	3.73	3.64	3.54	3.44	3.33	3.22
17	10.38	7.35	6.16	5.50	5.07	4.78	4.56	4.39	4.25	4.14	3.97	3.79	3.61	3.51	3.41	3.31	3.21	3.10
18	10.21	7.21	6.03	5.37	4.96	4.66	4.44	4.28	4.14	4.03	3.86	3.68	3.50	3.40	3.30	3.20	3.10	2.99
19	10.07	7.09	5.92	5.27	4.85	4.56	4.34	4.18	4.04	3.93	3.76	3.59	3.40	3.31	3.21	3.11	3.00	2.89
20	9.94	6.99	5.82	5.17	4.76	4.47	4.26	4.09	3.96	3.85	3.68	3.50	3.32	3.22	3.12	3.02	2.92	2.81
21	9.83	6.89	5.73	5.09	4.68	4.39	4.18	4.01	3.88	3.77	3.60	3.43	3.24	3.15	3.05	2.95	2.84	2.73
22	9.72	6.81	5.65	5.02	4.61	4.32	4.11	3.94	3.81	3.70	3.54	3.36	3.18	3.08	2.98	2.88	2.77	2.66
23	9.63	6.73	5.58	4.95	4.54	4.26	4.05	3.88	3.75	3.64	3.47	3.30	3.12	3.02	2.92	2.82	2.71	2.60
24	9.55	6.66	5.52	4.89	4.49	4.20	3.99	3.83	3.69	3.59	3.42	3.25	3.06	2.97	2.87	2.77	2.66	2.55
25	9.47	6.60	5.46	4.83	4.43	4.15	3.94	3.78	3.64	3.54	3.37	3.20	3.01	2.92	2.82	2.72	2.61	2.50
26	9.40	6.54	5.41	4.79	4.38	4.10	3.89	3.73	3.60	3.49	3.33	3.15	2.97	2.87	2.77	2.67	2.56	2.45
27	9.34	6.49	5.36	4.74	4.34	4.06	3.85	3.69	3.56	3.45	3.28	3.11	2.93	2.83	2.73	2.63	2.52	2.41
28	9.28	6.44	5.32	4.70	4.30	4.02	3.81	3.65	3.52	3.41	3.25	3.07	2.89	2.79	2.69	2.59	2.48	2.37
29	9.23	6.39	5.28	4.66	4.26	3.98	3.77	3.61	3.48	3.38	3.21	3.04	2.86	2.76	2.66	2.56	2.45	2.33
30	9.18	6.35	5.24	4.62	4.23	3.95	3.74	3.58	3.45	3.34	3.18	3.01	2.82	2.73	2.63	2.52	2.42	2.30
50	8.62	5.90	4.83	4.23	3.85	3.58	3.38	3.22	3.09	2.99	2.82	2.65	2.47	2.37	2.27	2.16	2.05	1.93
60	8.49	5.79	4.73	4.14	3.76	3.49	3.29	3.13	3.01	2.90	2.74	2.57	2.39	2.29	2.19	2.08	1.96	1.83
80	8.33	5.66	4.61	4.03	3.65	3.39	3.19	3.03	2.91	2.80	2.64	2.47	2.29	2.19	2.08	1.97	1.85	1.72
120	8.18	5.54	4.50	3.92	3.55	3.28	3.09	2.93	2.81	2.71	2.54	2.37	2.19	2.09	1.98	1.87	1.75	1.61



Table D.4 (Continued)  
 $\alpha = 0.001$

# Tabela 7

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
1	405269	500004	540387	562506	576412	585943	592881	598151	602292	605625	610676	615772	620913	623504	626107	628720	631345	633980
2	998.5	999.0	999.1	999.2	999.3	999.3	999.4	999.4	999.4	999.4	999.4	999.4	999.5	999.5	999.5	999.5	999.5	999.5
3	167.0	148.5	141.1	137.1	134.6	132.9	131.6	130.6	129.9	129.3	128.3	127.4	126.4	125.9	125.5	125.0	124.5	124.0
4	74.14	61.25	56.18	53.44	51.71	50.53	49.66	49.00	48.47	48.05	47.41	46.76	46.10	45.77	45.43	45.09	44.75	44.40
5	47.18	37.12	33.20	31.09	29.75	28.83	28.16	27.65	27.24	26.92	26.42	25.91	25.39	25.13	24.87	24.60	24.33	24.06
6	35.51	27.00	23.70	21.92	20.80	20.03	19.46	19.03	18.69	18.41	17.99	17.56	17.12	16.90	16.67	16.44	16.21	15.98
7	29.25	21.69	18.77	17.20	16.21	15.52	15.02	14.63	14.33	14.08	13.71	13.32	12.93	12.73	12.53	12.33	12.12	11.91
8	25.41	18.49	15.83	14.39	13.48	12.86	12.40	12.05	11.77	11.54	11.91	10.84	10.48	10.30	10.11	9.92	9.73	9.53
9	22.86	16.39	13.90	12.56	11.71	11.13	10.70	10.37	10.11	9.89	9.57	9.24	8.90	8.72	8.55	8.37	8.19	8.00
10	21.04	14.91	12.55	11.28	10.48	9.93	9.52	9.20	8.96	8.75	8.45	8.13	7.80	7.64	7.47	7.30	7.12	6.94
11	19.69	13.81	11.56	10.35	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12	7.92	7.63	7.32	7.01	6.85	6.68	6.52	6.35	6.18
12	18.64	12.97	10.80	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48	7.29	7.00	6.71	6.40	6.25	6.09	5.93	5.76	5.59
13	17.82	12.31	10.21	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98	6.80	6.52	6.23	5.93	5.78	5.63	5.47	5.30	5.14
14	17.14	11.78	9.73	8.62	7.92	7.44	7.08	6.80	6.58	6.40	6.13	5.85	5.56	5.41	5.25	5.10	4.94	4.77
15	16.59	11.34	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26	6.08	5.81	5.54	5.25	5.10	4.95	4.80	4.64	4.47
16	16.12	10.97	9.01	7.94	7.27	6.80	6.46	6.19	5.98	5.81	5.55	5.27	4.99	4.85	4.70	4.54	4.39	4.23
17	15.72	10.66	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75	5.58	5.32	5.05	4.78	4.63	4.48	4.33	4.18	4.02
18	15.38	10.39	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56	5.39	5.13	4.87	4.59	4.45	4.30	4.15	4.00	3.84
19	15.08	10.16	8.28	7.27	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39	5.22	4.97	4.70	4.43	4.29	4.14	3.99	3.84	3.68
20	14.82	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24	5.08	4.82	4.56	4.29	4.15	4.00	3.86	3.70	3.54
21	14.59	9.77	7.94	6.95	6.32	5.88	5.56	5.31	5.11	4.95	4.70	4.44	4.17	4.03	3.88	3.74	3.58	3.42
22	14.38	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99	4.83	4.58	4.33	4.06	3.92	3.78	3.63	3.48	3.32
23	14.20	9.47	7.67	6.70	6.08	5.65	5.33	5.09	4.89	4.73	4.48	4.23	3.96	3.82	3.68	3.53	3.38	3.22
24	14.03	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80	4.64	4.39	4.14	3.87	3.74	3.59	3.45	3.29	3.14
25	13.88	9.22	7.45	6.49	5.89	5.46	5.15	4.91	4.71	4.56	4.31	4.06	3.79	3.66	3.52	3.37	3.22	3.06
26	13.74	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64	4.48	4.24	3.99	3.72	3.59	3.44	3.30	3.15	2.99
27	13.61	9.02	7.27	6.33	5.73	5.31	5.00	4.76	4.57	4.41	4.17	3.92	3.66	3.52	3.38	3.23	3.08	2.92
28	13.50	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50	4.35	4.11	3.86	3.60	3.46	3.32	3.18	3.02	2.86
29	13.39	8.85	7.12	6.19	5.59	5.18	4.87	4.64	4.45	4.29	4.05	3.80	3.54	3.41	3.27	3.12	2.97	2.81
30	13.29	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39	4.24	4.00	3.75	3.49	3.36	3.22	3.07	2.92	2.76
40	12.61	8.25	6.59	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02	3.87	3.64	3.40	3.14	3.01	2.87	2.73	2.57	2.41
50	12.22	7.96	6.34	5.46	4.90	4.51	4.22	4.00	3.82	3.67	3.44	3.20	2.95	2.82	2.68	2.53	2.38	2.21
60	11.97	7.77	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.86	3.69	3.54	3.32	3.08	2.83	2.69	2.55	2.41	2.25	2.08
120	11.38	7.32	5.78	4.95	4.42	4.04	3.77	3.55	3.38	3.24	3.02	2.78	2.53	2.40	2.26	2.11	1.95	1.77

# Zadatak 3 i Zadatak 5

## TESTIRANJE HIPOTEZA O JEDNAKOSTI DVE DISPERZIJE

Testovi mogu biti dvostrani i jednostrani

### Jednostrani:

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad (\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$$

$$H_a: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} > 1 \quad (\sigma_1^2 > \sigma_2^2)$$

$$H_a: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} < 1 \quad (\sigma_1^2 < \sigma_2^2)$$

### Dvostrani:

$$H_0: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \quad (\sigma_1^2 = \sigma_2^2)$$

$$H_a: \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1 \quad (\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2)$$

### Test statistika:

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \text{ ili } F = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}, \text{ uvek primenjivati sledeće: } F = \frac{\text{veća varijansa}}{\text{manja varijansa}}$$

Reon odbacivanja nulte hipoteze definiše se kao:

$$F > F_{\alpha, f_1, f_2}$$

$$F > F_{\alpha/2, f_1, f_2}$$

$F_{\alpha, f_1, f_2}$  i  $F_{\alpha/2, f_1, f_2}$  - kvantili jednostranog i dvostranog Fišerovog „F“ rasporeda, respektivno.



# Zadatak 4

## TESTIRANJE HOMOGENOSTI TAČNOSTI MERENJA

Bartletov test: Vrši se testiranje hipoteze o jednakosti  $k$  disperzija

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_k^2 = \sigma^2$$

$$H_a: \text{da je bar jedno } \sigma_j^2 \neq \sigma^2$$

**Test statistika:**

$$\chi^2 = \frac{1}{c} * (f_m * \ln s^2 - \sum_{i=1}^n f_i * \ln s_i^2); c = 1 + \frac{1}{3*(k-1)} * \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{f_i} - \frac{1}{f_m} \right);$$

$$f_i - \text{ broj stepeni slobode; } f_m = \sum_{j=1}^k f_j; s^2 = \frac{1}{f_m} * \sum_{i=1}^n f_i * s_i^2$$

Reon odbacivanja nulte hipoteze definiše se kao:

$$\chi^2 > \chi_{\alpha, f}^2$$

# Zadatak 4

## EKSPERIMENTALNO STANDARDNO ODSUPANJE MERENJA UGLOVA

$$s^2 = \frac{1}{f_m} * \sum_{i=1}^n f_i * s_i^2$$

$$s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}}, \text{ gde je } n \text{ broj girusa}$$