

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

TEHNIKE GEODETSKIH MERENJA  
VEŽBA 1

Vanr. prof. Marko Marković master inž. geodez.

mail: [marko\\_m@uns.ac.rs](mailto:marko_m@uns.ac.rs)

Internet sajt: [geodezija.ftn.uns.ac.rs](http://geodezija.ftn.uns.ac.rs)

NOVI SAD, 2023/2024

# Sistemi visina

$h$  – elipsoidna visina (GNSS)

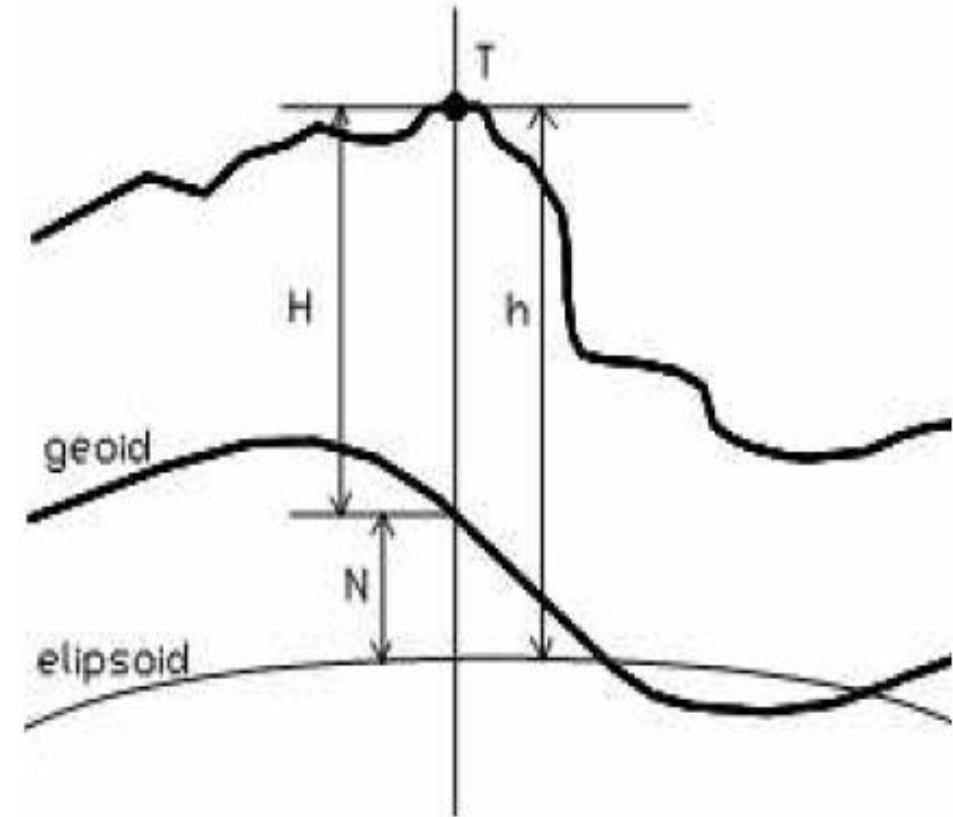
$H$  – ortometrijska visina

$N$  – visina geoida iznad referentnog elipsoida  
(Undulacija geoida)

Veza između elipsoidne i ortometrijske visine:

$$h = H + N$$

Visine u odnosu na geoid nazivaju se ortometrijske visine  $H$ , i one se koriste u geodeziji, geodetskom premeru i inženjerskoj geodeziji.



Slika 5.1. Površni geoida i elipsoida.

# METODE ODREĐIVANJA VISINSKIH RAZLIKA

Postoji više metoda za određivanje visinskih razlika između dve tačke, koje se nazivaju:

1. Geometrijski nivelman,
2. Trigonometrijski nivelman,
3. Tahimetrijski nivelman,
4. Barometrijski nivelman,
5. Hidrostatički nivelman,
6. Gravimetrijski nivelman,
7. Inercijalni sistem pozicioniranja i
8. GNSS tehnologija.

# PODELA GEOMETRIJSKOG NIVELMANA

Geometrijski nivelman se deli na:

- generalni i
- detaljni.

Generalnim nivelmanom se određuju nadmorske visine repera.

Detaljnim nivelmanom određuju se nadmorske visine detaljnih tačaka odnosno tačaka koje karakterišu teren u visinskom pogledu.

# VRSTE GENERALNOG NIVELMANA U POGLEDU TAČNOSTI

DOZVOLJENO ODSUPANJE U NIVELMANSKOM VLAKU		
POVOLJAN TEREN	$\Delta = \pm 10 * \sqrt{D + 0.04 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN POVEĆANE TAČNOSTI
	$\Delta = \pm 16 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN
NEPOVOLJAN TEREN	$\Delta = \pm 15 * \sqrt{D + 0.04 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN POVEĆANE TAČNOSTI
	$\Delta = \pm 24 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN
DOZVOLJENO ODSUPANJE RAZLIKE NIVELANJA NAPRED – NAZAD		
POVOLJAN TEREN	$\Delta = \pm 20 * \sqrt{D + 0.04 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN POVEĆANE TAČNOSTI
	$\Delta = \pm 32 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN
NEPOVOLJAN TEREN	$\Delta = \pm 25 * \sqrt{D + 0.04 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN POVEĆANE TAČNOSTI
	$\Delta = \pm 40 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$	TEHNIČKI NIVELMAN

# VRSTE GENERALNOG NIVELMANA U POGLEDU TAČNOSTI

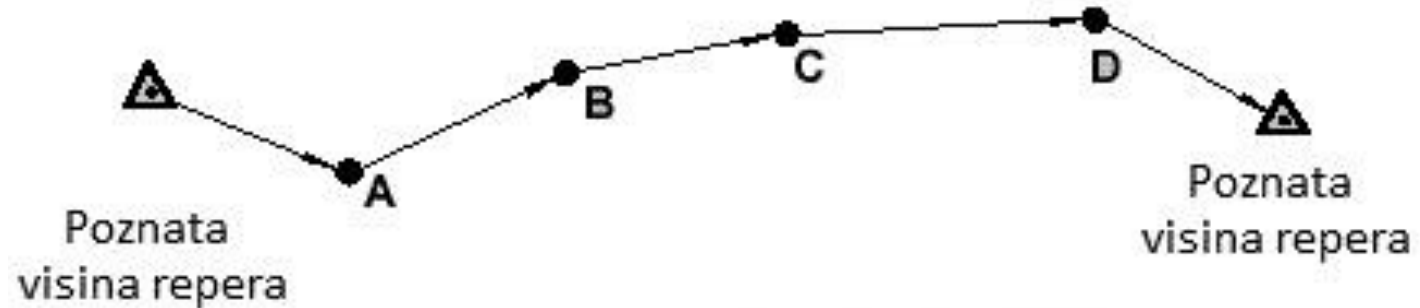
Vrsta nivelmana	Verovatna slučajna greška po km	Rastojanje u km		Način nivelanja visinkih razlika	
		U poligonu	Između repera	Na stanici	Nivelmanske strane
Nivelman visoke tačnosti	$\pm 1$ mm	250	7 – 8	2X	Napred Nazad
Precizni nivelman	$\pm 2$ mm	75 – 250	4	2X	Napred Nazad
Tehnički nivelman povećane tačnosti	$\pm 5$ mm	25 – 75	2	2X	Napred
Tehnički nivelman	$\pm 8$ mm	25	1	1X	Napred

# GEOMETRIJSKI NIVELMAN

- Nivelmanski reper je geodetska tačka stabilizovana na terenu koja ima određenu visinu u odnosu na unapred definisani vertikalni geodetski datum, a od koje se mogu određivati visine drugih tačaka
- Nivelmanska strana je rastojanje između dva repera po kojem je obavljeno niveliranje.
- Niz repera koji su međusobno povezani niveliranjem visinskih razlika naziva se nivelmanski vlak.
- Više međusobno povezanih nivelmanskih vlakova čine nivelmansku mrežu.

# GEOMETRIJSKI NIVELMAN

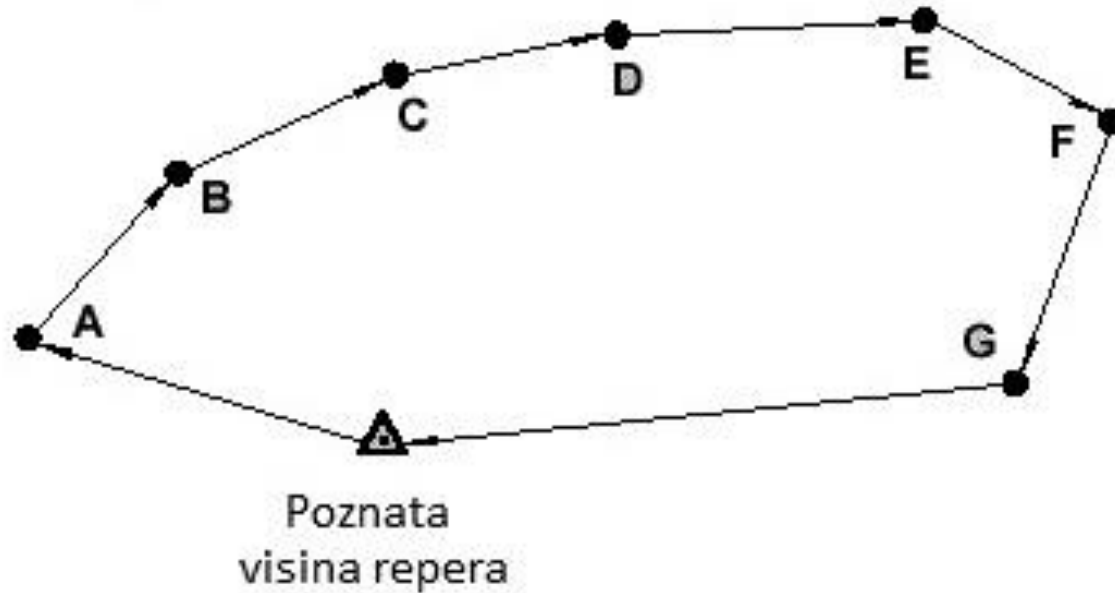
- Nivelmanski vlak koji se na oba kraja oslanja na date repere (reperne čije su nadmorske visine poznate) naziva se umetnuti nivelmanski vlak.





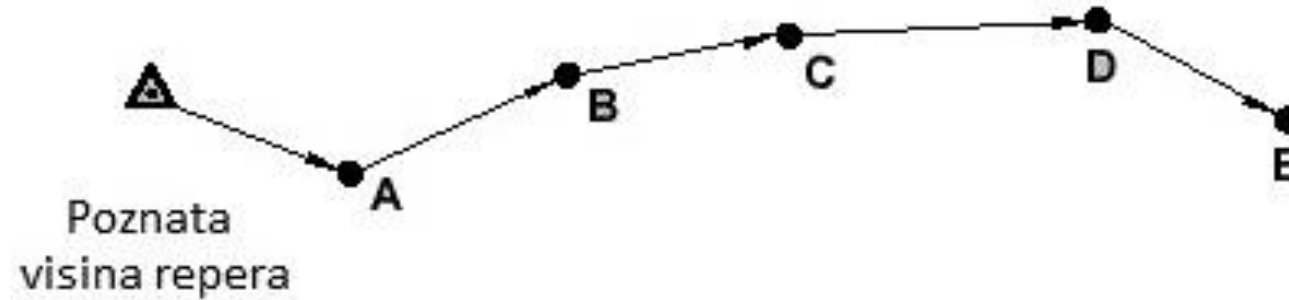
# GEOMETRIJSKI NIVELMAN

- Nivelmanski vlak čiji početak i kraj se oslanjaju na isti reper, naziva se zatvoreni nivelmanski vlak.

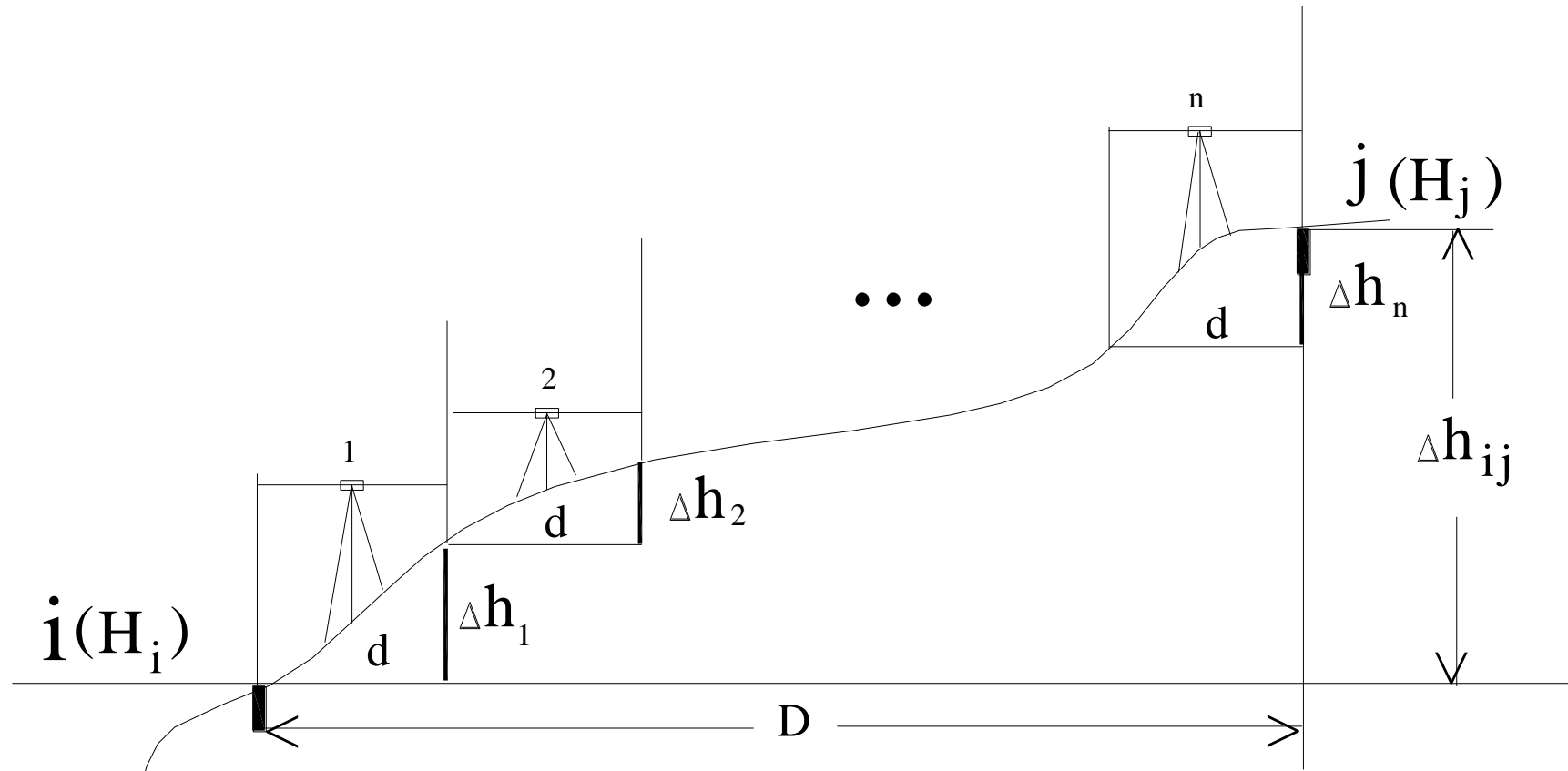


# GEOMETRIJSKI NIVELMAN

- Nivelmanski vlak koji se samo jednim krajem oslanja na dati reper je slepi nivelmanski vlak.



# GEOMETRIJSKI NIVELMAN



$$\Delta h_i^j = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_n$$

# ZATVORENI NIVELMANSKI VLAK

Stanica	Vizurna tačka	Dužina (S)	Čitanje na letvi (l)	$\Delta h_i$	$V_i$	$\Delta h_i' = \Delta h_i + V_i$	$H_{i+1} = H_i + \Delta h_i'$
1	A	72	0,607				86.254
	a	72	1,919				
2	a	65	2,022				
	b	65	1,512				
3	b	70	1,824				
	c	70	1,942				
4	c	62	2,631				
	d	63	0,758				
5	d	68	1,357				
	e	68	1,906				
6	e	66	0,769				
	A	65	1,162				86.254
	<b>Sum:</b>						
		<b>Sum Iz:</b>					
		<b>Sum Ip:</b>					

# ZATVORENI NIVELMANSKI VLAK

Stanica	Vizurna tačka	Dužina (S)	Čitanje na letvi (l)	$\Delta h_i$	$V_i$	$\Delta h_i' = \Delta h_i + V_i$	$H_{i+1} = H_i + \Delta h_i'$
1	A	72	0,607				86.254
	a	72	1,919	-1.312	-0.002	-1.314	84.940
2	a	65	2,022				
	b	65	1,512	0.51	-0.002	0.508	85.448
3	b	70	1,824				
	c	70	1,942	-0.118	-0.002	-0.120	85.328
4	c	62	2,631				
	d	63	0,758	1.873	-0.001	1.871	87.200
5	d	68	1,357				
	e	68	1,906	-0.549	-0.002	-0.551	86.649
6	e	66	0,769				
	A	65	1,162	-0.393	-0.002	-0.395	86.254
	<b>Sum:</b>	<b>806</b>		<b>0.011</b>	<b>-0.011</b>	<b>0</b>	<b>86.254</b>
		<b>Sum Iz:</b>	<b>9.210</b>				
		<b>Sum Ip:</b>	<b>9.199</b>				

# TEŽINE GEOMETRIJSKOG NIVELMANA

Kada je teren za niveliranje povoljan, dužine vizura su približno iste ( $S_1 = S_2 = \dots = S_n$ ).

U tom slučaju može se imati isti stepen poverenja u tačnost svake visinske razlike  $\Delta h_i$ .

Stepen poverenja tačnosti visinskih razlika nivelmanskih strana zavisi od dužina nivelmanskih strana.

Veći stepen poverenja imamo u visinske razlike nivelmanske strane koja je kraća.

# TEŽINE GEOMETRIJSKOG NIVELMANA

Ako usvojimo da je stepen poverenja (težina) visinske razlike nivelmanske strane dužine  $S=1$  km jednaka  $P=1$ , onda su težine ostalih nivelmanskih strana čije su dužine  $S_i \neq 1$  km,  $P\Delta h_i = 1/S_i$ .

Kada je teren nepovoljan težine se mogu računati i kao  $P\Delta h_i = k/\Delta_i^2$ , gde je  $k$  pozitivna konstanta ( $k=1,10,100,\dots$ ) a  $\Delta_i$  – dozvoljeno odstupanje ili  $P\Delta h_i = 1/n_i$ , gde je  $n_i$  – broj stanica po strani.

# TEŽINE GEOMETRIJSKOG NIVELMANA

Napisati postupak računanja i izračunati težine nivelmanskih strana za tehnički nivelman na nepovoljnom terenu na osnovu datih podataka (nivelanje Napred – Nazad):

Tehnički nivelman - Nepovoljan teren:		
$S_1 =$	3.7	- dužine nivelmanskih strana
$S_2 =$	5.9	
$P_1 = ?$		- težine nivelmanskih strana
$P_2 = ?$		
$\Delta = \pm 40 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$		Tehnički nivelman - Nepovoljan teren dozvoljeno odstupanje
$P\Delta h_i = k / \Delta_i^2$		
$\Delta_1 =$		
$\Delta_2 =$		
$k =$		
$P\Delta h_1 =$		
$P\Delta h_2 =$		

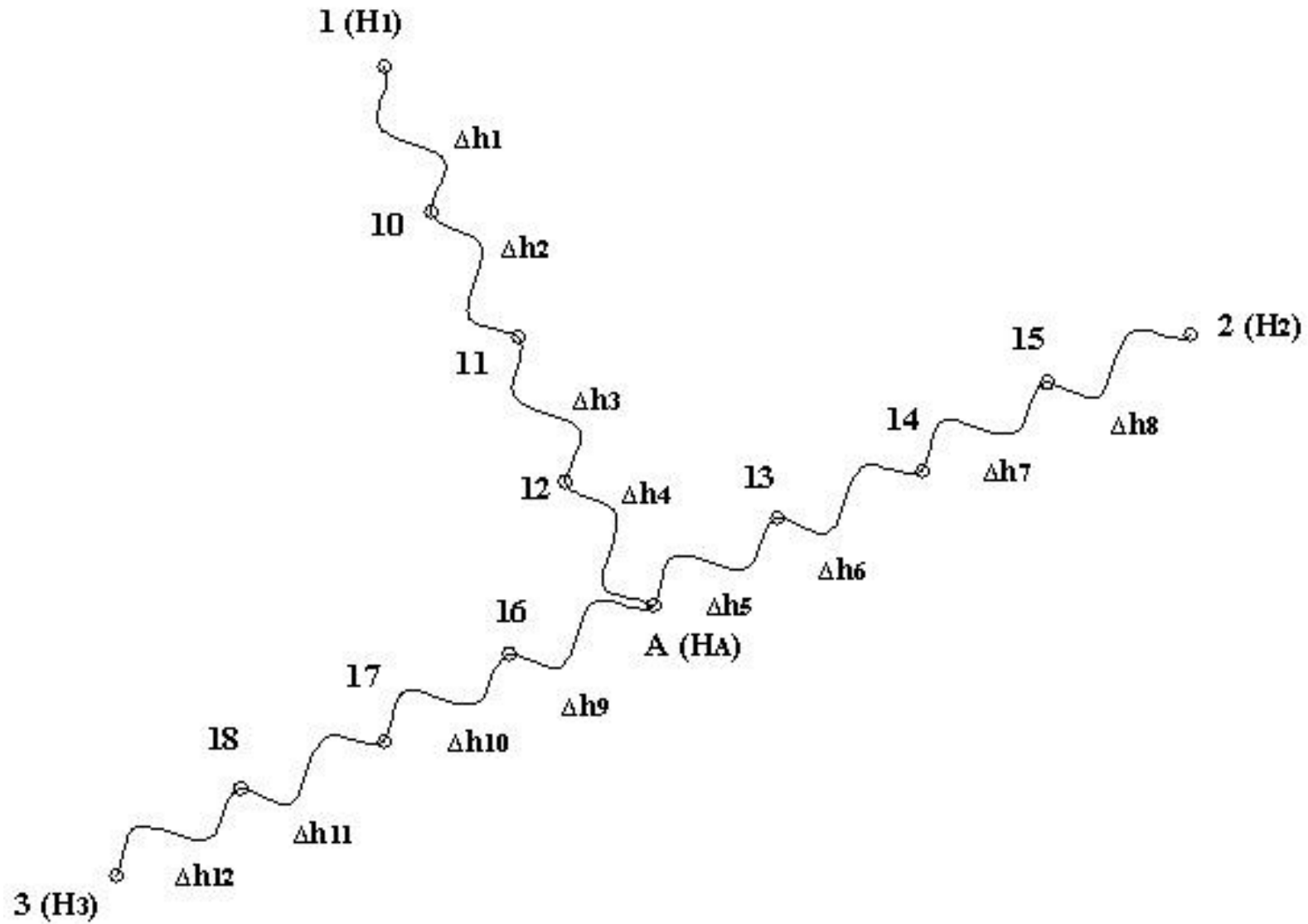


# TEŽINE GEOMETRIJSKOG NIVELMANA

Napisati postupak računanja i izračunati težine nivelmanskih strana za tehnički nivelman na nepovoljnom terenu na osnovu datih podataka (nivelanje Napred – Nazad):

Tehnički nivelman - Nepovoljan teren:		
$S_1 =$	3.7	- dužine nivelmanskih strana
$S_2 =$	5.9	
$P_1 = ?$		- težine nivelmanskih strana
$P_2 = ?$		
$\Delta = \pm 40 * \sqrt{D + 0.06 * D^2}$		Tehnički nivelman - Nepovoljan teren dozvoljeno odstupanje
$P\Delta h_i = k / \Delta_i^2$		
$\Delta_1 =$	85.054	
$\Delta_2 =$	113.056	
$k =$	1000	
$P\Delta h_1 =$	0.138	
$P\Delta h_2 =$	0.078	

# ČVORNI REPER



# ČVORNI REPER

$$H_{A1} = \Delta H_1 + H_1; \Delta H_1 = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 \quad \delta H_1 = H_{A1} - H_0; H_{A1} = H_0 + \delta H_1$$

$$H_{A2} = \Delta H_2 + H_2; \Delta H_2 = \Delta h_5 + \Delta h_6 + \Delta h_7 + \Delta h_8 \quad \delta H_2 = H_{A2} - H_0; H_{A2} = H_0 + \delta H_2$$

$$H_{A3} = \Delta H_3 + H_3; \Delta H_3 = \Delta h_9 + \Delta h_{10} + \Delta h_{11} + \Delta h_{12} \quad \delta H_3 = H_{A3} - H_0; H_{A3} = H_0 + \delta H_3$$

$$P_1 = \frac{k}{S_1}; P_2 = \frac{k}{S_2}; P_3 = \frac{k}{S_3}$$

$$H_0 = H_{\min}(H_{Ai, \min})$$

$$H_A = \frac{P_1 H_1 + P_2 H_2 + P_3 H_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

$$H_A = \frac{P_1 (H_0 + \delta H_1) + P_2 (H_0 + \delta H_2) + P_3 (H_0 + \delta H_3)}{P_1 + P_2 + P_3}$$

$$H_A = \frac{P_1 H_0 + P_1 \delta H_1 + P_2 H_0 + P_2 \delta H_2 + P_3 H_0 + P_3 \delta H_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

$$H_A = \frac{H_0 (P_1 + P_2 + P_3) + P_1 \delta H_1 + P_2 \delta H_2 + P_3 \delta H_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

$$H_A = H_0 + \frac{P_1 \delta H_1 + P_2 \delta H_2 + P_3 \delta H_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

$$H_A = H_0 + \frac{\sum_{i=1}^3 P_i \delta H_i}{\sum_{i=1}^3 P_i}$$

KONTROLA

$$\sum_{i=1}^n P_i V_i = \sum_{i=1}^n P_i f h_i = 0$$

$$V_1 = f h_1 = H_A - H_{A1}$$

$$V_2 = f h_2 = H_A - H_{A2}$$

$$V_3 = f h_3 = H_A - H_{A3}$$