



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA  
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU  
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



# OSNOVE GEONAUKA

## Oblik i veličina Zemlje

Doc. dr Mehmed Batilović, mast. inž. geodez.

Novi Sad, 2023/2024

1

## Oblik i veličina planete Zemlje

---

- Određivanje oblika i veličine Zemlje predstavlja jedan od najvažnijih zadataka geodezije.
- Kada se u geodeziji govori o Zemljinoj figuri, obično se Zemlja smatra čvrstom, a vremenske promene njenog oblika i veličine tretiraju se zasebno.
- Geodezija zauzima veoma značajno mesto u domenu geonauka.

GEO – Zemlja

DEZIS – meriti, deliti

2

## Geodezija

---

- Definicija Roberta Fridriha Helmerta (1880):  
Geodezija predstavlja nauku o merenju i predstavljanju Zemljine površi.
- Viša (naučna) geodezija – određivanje veličine, oblika i spoljašnjeg gravitacionog polja Zemlje, razvijanje geodetskih mreža, računanja na zakrivljenoj površini;
- Niža (praktična) geodezija – masovna merenja na terenu i izrada topografskih planova, računanja u ravni (geodetski premer, inženjerska geodezija – područja lokalnog karaktera).

3

## Geodezija

---

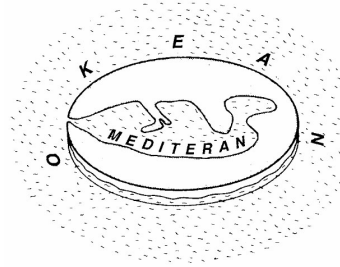
- Definicija Vanicek i Krakiwsky (1982):  
Geodezija je naučna disciplina koja se bavi merenjem i predstavljanjem Zemlje, uključujući gravitaciono polje, u trodimenzionalnom, vremenski promenljivom prostoru.
- Definicija Nacionalnog istraživačkog veća Nacionalnih akademija Sjedinjenih američkih država (2010):  
Geodezija je nauka koja se bavi preciznim merenjima u cilju razumevanja tri fundamentalne osobine Zemlje: njenog geometrijskog oblika, njene orijentacije u prostoru i njenog gravitacionog polja, kao i promene navedenih osobina kroz vreme.

4

## Istorijski počeci geodezije

- Geodezija se javlja još u Mesopotamiji i starom Egiptu, gde je nakon povlačenja vode izlivenog Nila, bilo je potrebno ponovo obeležiti granice parcela.
- Temeljni oslonci piramide u Gizi, jedne od najvećih piramida u Egiptu, koja ima obim temelja oko 900 metara, nivelisani su sa odstupanjem od horizontale za samo 12 mm.
- Prvi dokumentovani tragovi geodezije potiču od osnivača trigonometrije Tales iz Mileta (625. – 547., p.n.e.).

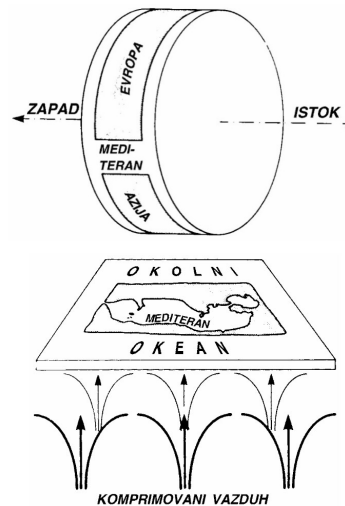
Koncept Zemlje – telo oblika diska koje pliva po beskonačno velikom okeanu.



5

## Istorijski počeci geodezije

- Anaksimandar iz Mileta (611. – 545., p.n.e.) – koncept Zemlje cilindričnog oblika sa osom orijentisanom u pravcu istok-zapad.
- Anaksimenes (Anaksimandarov učenik) – koncept Zemlje modifikacija Talesovog koncepta konačnim okeanom koji se u prostoru održava pomoću komprimovanog vazduha.



6

## Istorijski počeci geodezije

- Krajem VI veka p.n.e., Hekatej iz Mileta sastavio je jednu od prvih poznatih karata sveta.



7

## Istorijski počeci geodezije

- Pitagora (580. – 500., p.n.e.) – sferna Zemlja (koncept koji će preživeti dva milenijuma).
- Pitagora je došao do zaključka da je Zemlja zakrivljena posmatrajući brodove koji su isplovljavali na pučinu.



- Aristotel (384. – 322. p.n.e.) – prvi nagoveštaj gravitacije i prvi dokaz za sferni oblik Zemlje.

Posmatrači su primetili okruglu senku Zemlje u lunarnim pomračenjima.

8

## Istorijski počeci geodezije

---

- Strato (rođen oko 340. p.n.e.) – naslednik Aristotelovih istraživanja o gravitaciji.
  - Pitej (rođen oko 300. p.n.e.) je naslućivao da nebeska tela uzrokuju morske plime, ali je stepen tadašnjeg znanja bio nedovoljan da to poveže sa gravitacionim privlačenjem.
  - Dikerh (III vek p.n.e.) – izradio verodostojniju verziju karte sveta, na kojoj su prikazani krajevi južne Azije istraženi tokom vojnih pohoda Aleksandra Velikog.
- Budući da je ideja o sfernom obliku Zemlje postepeno prihvatana, u upotrebu su uvedene sferne (uglovne) koordinate.

9

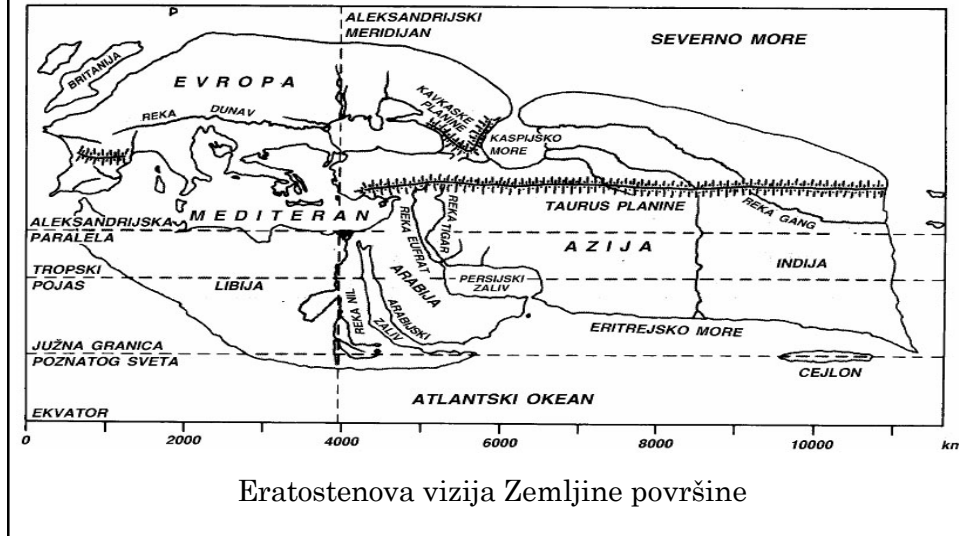
## Istorijski počeci geodezije

---

- Eratosten (276. – 194. p.n.e.) – odredio približnu veličinu Zemlje sa greškom manjom od 1%.
  - Uveo pojam nagnutosti Zemljine ose rotacije.
  - Verovao u postojanje ogromnih okeana, što je na potvrdu čekalo čitavih 17 vekova.
- Posejdon (135. – 50. p.n.e.) – bavio se efektima atmosferske refrakcije, pored toga imao je lošiji pokušaj određivanja veličine Zemlje u odnosu na Eratostena.

10

## Istorijski počeci geodezije

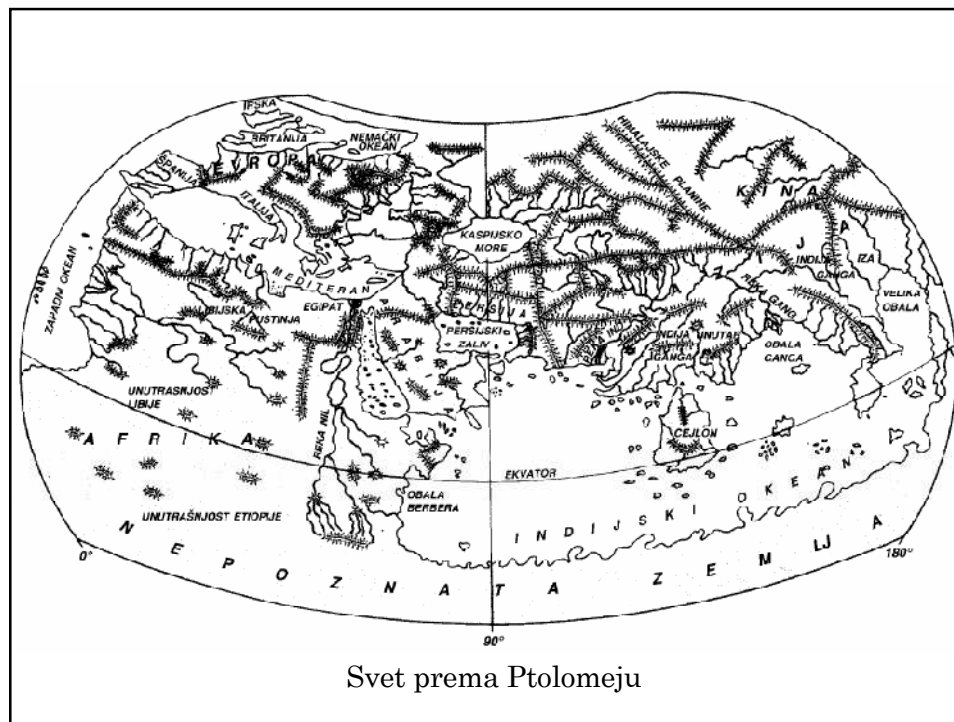


11

## Istorijski počeci geodezije

- Narednih 1500 godina geodezija stagnira, osim povremenih kompilacija ili sinteza grčkih dostignuća.
- Jedini značajni izuzetak za vreme Rimskog carstva predstavlja uvođenje Julijanskog kalendara od strane Sosigena pod Julijem Cezarom sredinom prvog veka p.n.e, koji uz malu gregorijansku reformu izvršenu 1582. godine, važi i danas.
- Značajno je pomenuti Klaudija Ptolomeja (75. – 151. p.n.e.) i njegovo delo o astronomiji i geodeziji poznato pod nazivom Almagest. Objavio je takođe i novu kartu sveta, koja je bila neprevaziđena narednih 14 vekova.

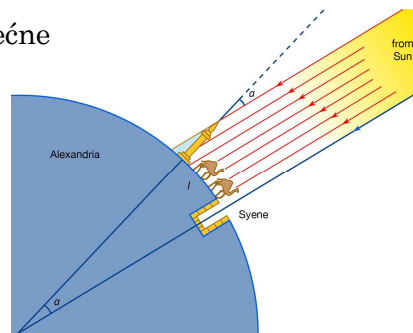
12



13

## Istorijski počeci geodezije

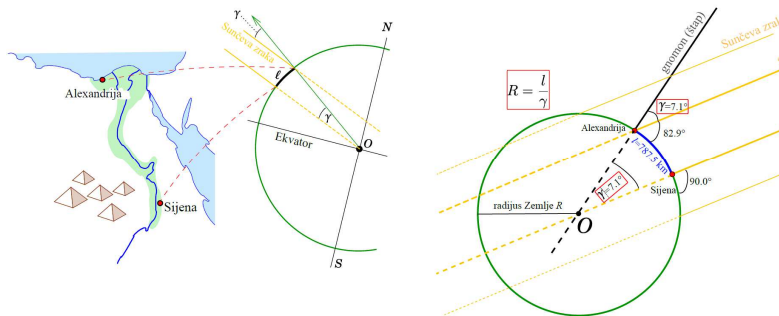
- Eratosten se smatra osnivačem geodezije.
- Eratosten je u spisima Aleksandrijske biblioteke došao je do podatka da u Sijeni (danas Asuan) u vreme prolećne ravnodnevice u bunaru nema senke.
- Ustanovio je da u vreme prolećne ravnodnevice u Aleksandriji postoji senka u bunaru.
- Na osnovu pretpostavke da su Sunčevi zraci paralelni došao je do zaključka da bunari u Aleksandriji i Sijeni ne leže pod istim uglom.



14

## Istorijski počeci geodezije

- Izračunao je da ugao senke vertikalno pobodenog štapa u Aleksandriji iznosi  $7^{\circ}12' = 432'$  (pedeseti deo punog kruga).
- Rastojanje između Aleksandrije i Sijene, koje iznosi  $l = 5000$  stadija (1 stadij iznosi 157,5 metara), odredio je brojanjem koraka kamile koji su veoma ujednačeni.



15

## Istorijski počeci geodezije

- Eratostenen je rastojanje koje zahvata  $1^{\circ}$  odredio na sledeći način:

$$l_0 = \frac{5000 \text{ stadija}}{432'} \cdot 60' = 694,4 \approx 700 \text{ stadija.}$$

- Obim Zemlje određuje se kao:

$$O = 360 \cdot l_0 = 252000 \text{ stadija,}$$

$$O = 252000 \text{ stadija} \cdot 0,1575 \frac{\text{km}}{\text{stadij}} = 39690 \text{ km.}$$

- Poluprečnik Zemlje iznosi  $R = O/2\pi$ .

- Po savremenim merenjima obim Zemlje po meridijanu iznosi 40009,153 km, a Eratostenov proračun se razlikuje za svega 0,8%.

16



## Naučni počeci geodezije

---

- U periodu nakon pada Rimskog carstva (srednji vek), geodezija je kao i druge nauke bila pod uticajem i ograničenjima teologije, filozofskih i religijskih verovanja.
- Tokom srednjeg veka bilo je sporadičnih progressa u nauci.
  - Persijanac Karazmi (VIII vek) – odredio je veličinu Zemlje, rezultat je bio 1.6 puta veći od Eratostenovog.
  - Od njegovog arapskog imena Al-Kvarizmi nastala je reč algoritam.
- Period velikih istraživanja – Marko Polo (1271 – 1295) i Paolo Toskaneli (1397 – 1482), koji je izradio kartu koja je jedan od motiva Kolumba da plovi zapadno i nađe novi 5000 km dugačak put do Indije.

17

## Naučni počeci geodezije

---

- Najveća istraživanja su sprovedena krajem petnaestog veka Kolumbovim prelaskom Atlantika 1492. godine, plovidbom Vaska de Game oko Afrike 1497. godine, Magelanovom ekspedicijom oko sveta u periodu između 1519. i 1522. godine.
  - Nakon Magelanove ekspedicije prihvaćena je Eratostenova vrednost Zemljinog poluprečnika.
- Kartografija – umetnost prikazivanja finalnog proizvoda geodezije.
  - Najpoznatiji kartografi tog vremena su Amerigo Vespuči (1451 – 1512) i Gerhard Merkator (1512 – 1594).

18

## Naučni počeci geodezije

---

- Znaci ponovnog oživljavanja geodezije mogu se uočiti sredinom petnaestog veka, kada se pojavio niz mislilaca koji su utrli put za Kopernika i Keplera.
- Među poznatijima bio je nemački kardinal Nikola od Kuze (1401 – 1464), koji je pisao o dnevnom kretanju Zemlje i uveo pojam beskonačnog kosmosa.
- Teorija heliocentričnog sistema – Nikola Kopernik (1473 – 1543), Galileo Galilei (1564 – 1642), Johannes Kepler (1571 – 1630) i drugi.
- Holandanin Willebrord Snellius (1580 – 1626), izveo je prvu tačnu triangulaciju i sproveo prvo ozbiljno istraživanje refrakcije.

19

## Naučni počeci geodezije

---

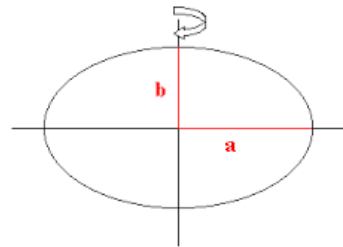
- Žan Pikar izvodi 1670. godine prvo moderno određivanje veličine Zemlje, njegova vrednost poluprečnika Zemlje prvo je poboljšanje Eratostena nakon 19 vekova.
- Najznačajnije otkriće u ovoj eri predstavlja zakon univerzalnog privlačenja iz 1687. godine koji uveo Isaac Newton (1642 – 1727).
- Giovanni Cassini (1625 – 1712) – kraljevski astronom italijanskog porekla – Njutnov oponent.
- Njutnova teorija predviđala je da je Zemlja spljoštena na polovima zbog centrifugalne sile prouzrokovane rotacijom Zemlje oko svoje ose, dok je Kasini smatrao da Zemlja treba da bude spljoštena po Ekvatoru.

20

## Naučni počeci geodezije

---

- Prema Njutnovoј teoriji Zemlja nema oblik sfere, već obrtnog elipsoida.
- Merenja dužine jednog stepena meridijana u Laplandu i Peruu (u 18. veku) koja je sprovela Francuska akademija nauka potvrdile Njutnovu teoriju.



21

## Naučni počeci geodezije

---

- Mreže geodetskih tačaka sa horizontalnim položajima određenim iz merenja uglova i povremeno dužina, poznate kao trigonometrijske mreže, počele su da se šire svim delovima Evrope kao osnova za izradu karata.
- Nemački astronom Friedrich Bessel (1784 – 1846) odredio je prvu tačnu vrednost za spljoštenost Zemlje iz do tada poznatih položaja geodetskih tačaka.
- Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855) je definisao geoid i istovremeno sa Adrien Marie Legendre (1752 – 1833) pronašao teoriju najmanjih kvadrata.
- Njegov rad na teorijskim osnovama geodezije naveo je neke geodete da Gausa proglase ocem geodezije.

22

## Stvarni oblik Zemlje

---

- Za prikazivanje fizičke površi Zemlje koriste se analogne ili digitalne topografske podloge (karte, planovi i slično).
- Da bi se reljef opisao matematički, može se odabrati konačan skup reprezentativnih tačaka, stabilizovati ih i odrediti im položaje u izabranom koordinatnom sistemu.
- Mreže ovih tačaka mogu se onda smatrati jednom od mogućih predstava Zemljine fizičke površi.
- Osnovna podela geodetskih mreža:
  - jednodimenzionalne geodetske mreže;
  - dvodimenzionalne geodetske mreže;
  - trodimenzionalne geodetske mreže.

23

## Stvarni oblik Zemlje

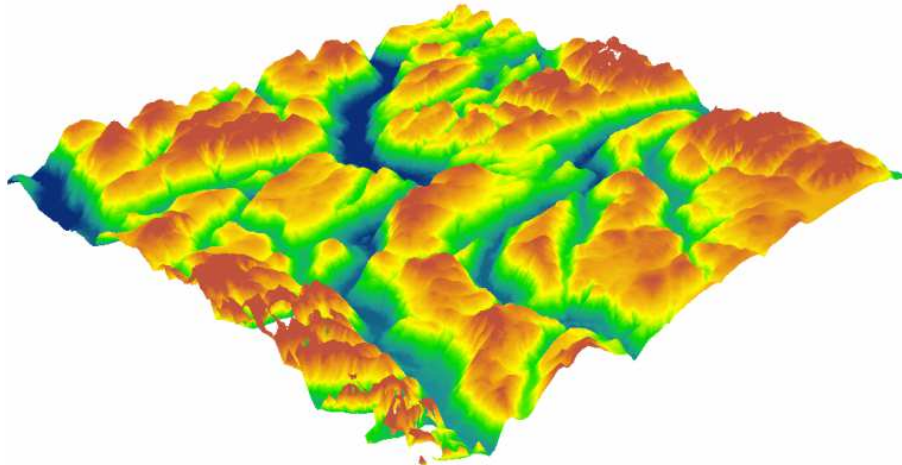
---

- Merenja u geodetskim mrežama mogu se podeliti na:
  - terestrička;
  - satelitska.
- Važno je istaći da su do danas na površi Zemlje određene koordinate i/ili visine jako velikog broja tačaka.
- Digitalni model terena – matematička (statistička) predstava kontinualne površi terena na osnovu reprezentativnog seta podataka u formi tačaka sa poznatim trodimenzionalnim koordinatama ( $X, Y, Z$ ), linija i drugih informacija prikupljenih na terenu.

24

## Stvarni oblik Zemlje

---



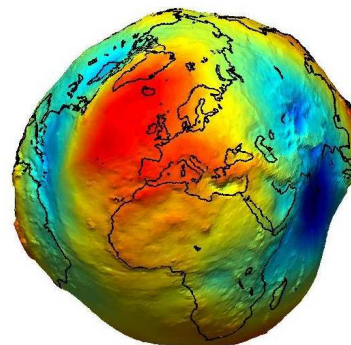
Digitalni model terena

25

## Geoid kao Zemljina figura

---

- Nemački naučnik Karl Fridrih Gaus definisao je geoid – ekvipotencijalna površ sile Zemljine teže koja najbolje aproksimira srednji nivo mora za celu Zemlju.
- U prvoj aproksimaciji, odnosno sa približenjem od nekoliko metara, geoid predstavlja srednji nivo mora i prolazi ispod kontinenata na dubini jednakoj visini terena iznad nivoa mora.



26

## Geoid kao Zemljina figura

---

- Polje sile Zemljine teže je vektorsko – svakoj tački prostora pridružen je vektor, odnosno trojka brojeva.
- Polje sile Zemljine teže moguće je u potpunosti predstaviti pomoću skalarnog polja potencijala sile Zemljine teže:

$$W = W_g + W_c,$$

gde je  $W_g$  potencijal gravitacione sile Zemlje, a  $W_c$  potencijal centrifugalne sile koja nastaje kao posledica Zemljine rotacije.

- Opisivanje nepravilnosti geometrije polja sile Zemljine teže pomoću potencijala postiže se korišćenjem ekvipotencijalnih površi i linija sila ili vertikala.

27

## Geoid kao Zemljina figura

---

- Ekvipotencijalna površ je površ na kojoj je potencijal sile Zemljine teže konstantan:

$$W = \text{const.}$$

- Površ fluida, poput morske vode, uvek zauzima oblik ekvipotencijalne površi ako se izuzmu male nepravilnosti zbog uticaja morskih struja, vetrova ili promene saliniteta.
- Shodno tome, od beskonačno mnogo ekvipotencijalnih površi sile Zemljine teže bira se jedna površ poznata pod nazivom geoid, koja po svom obliku najbolje globalno aproksimira površ svetskih mora i okeana.

28

## Geoid kao Zemljina figura

---

- Opažanja trenutnog nivoa mora pokazuju da se on može menjati za nekoliko desetina metara u toku dana, ali zato mesečne sredine ne variraju više od nekoliko decimetara, dok godišnje sredine čak pokazuju stabilnost u okviru 10 centimetara za period od nekoliko decenija.
- Navedena činjenica predstavlja osnovu definicije srednjeg nivoa mora kao sredine svih trenutnih morskih površi u okviru dugog vremenskog perioda.
- Oblik površi koja predstavlja srednji nivo mora određen je opažanjima trenutnog nivoa mora u nizu tačaka pozicioniranih na obalama i opremljenih mareografima.

29

## Geoid kao Zemljina figura

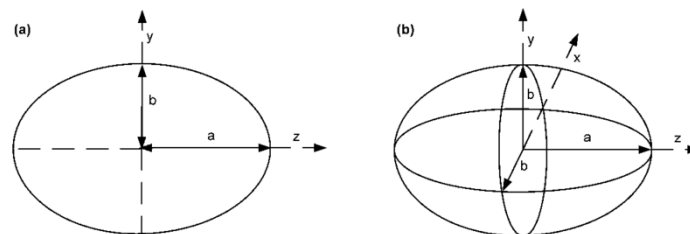
---

- Globalna raspodela gustina morske vode pokazuje takozvane vekovne nehomogenosti zbog oblika obalskih linija i drugih faktora, poput konstantno većih temperatura vode u ekvatorskom pojasu u odnosu na znatno niže temperature vode u polarnim oblastima.
- Mnogi od ovih efekata mogu se meriti i na osnovu njih približno oceniti odstupanja srednjeg nivoa mora od hipotetičkog stanja koje bi odgovaralo neporemećenom homogenom fluidu.
- Navedena odstupanja nazivaju se topografijom morske površi i predstavljaju odstupanje od geoida.

30

## Elipsoid kao Zemljina figura

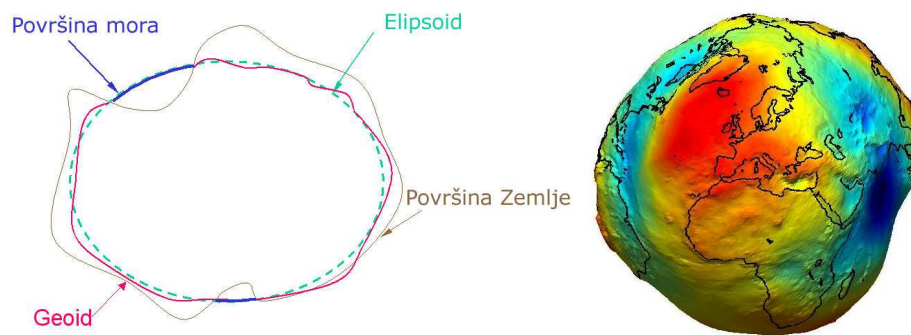
- Budući da je geoid telo nepravilnog oblika, koje nije moguće matematički izraziti, računanja na njemu nisu moguća.
- Geoid se može aproksimirati sa približenjem od nekoliko desetina metara dvoosnim geocentričnim elipsoidom čija se mala osa poklapa sa Zemljinom glavnom polarnom osom inercije.



31

## Elipsoid kao Zemljina figura

- Bitno je istaći da se geoid može bolje aproksimirati uvođenjem troosnog elipsoida, ali bi u tom slučaju računanja bila veoma kompleksna čak i uz pomoć današnjih računara.



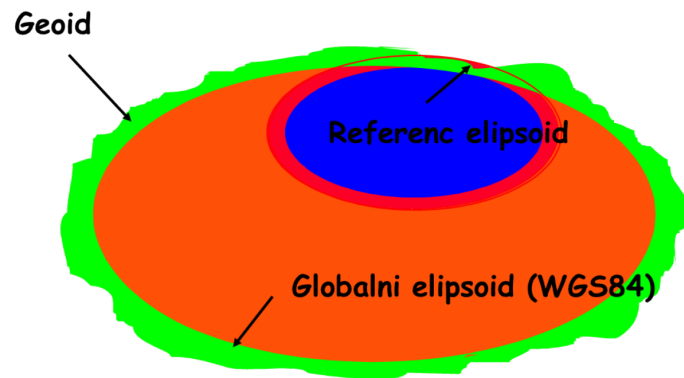
32



## Elipsoid kao Zemljina figura

---

- Referentni elipsoid je elipsoid koji najbolje aproksimira geoid nekog regiona ili države.



33

## Elipsoid kao Zemljina figura

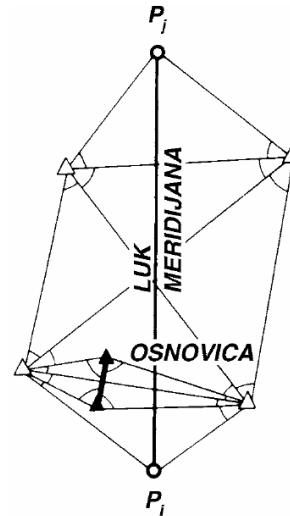
---

- U različitim državama definisani su različiti parametri oblika i dimenzija elipsoida, na osnovu kojih se određivao oblik i dimenzije elipsoida koji aproksimira Zemlju.
- Dvoosni elipsoidi jedinstveno su određeni sa dva parametra, i to obično velikom poluosom  $a$  i spljoštenoću  $f = (a - b)/b$ , gde je  $b$  mala poluosa.
- Geodeti u Evropi predvođeni Friedrich Robert Helmert (1843–1917) oformili su 1862. godine međunarodnu radnu grupu, čiji je cilj bio da organizuju i realizuju merenja dužine meridijanskog luka radi određivanja oblika i dimenzija dvoosnog rotacionog elipsoida.

34

## Elipsoid kao Zemljina figura

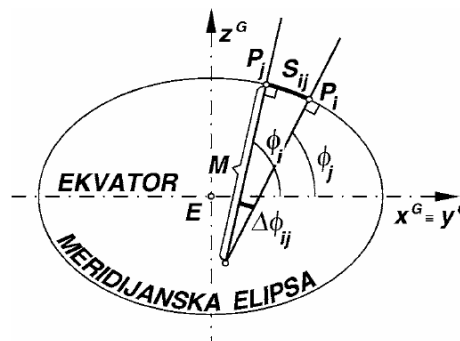
- Da bi se odredila dva parametra  $a$  i  $f$ , opažana su dva meridijanska luka, jedan u Peru i drugi na granici Švedske i Finske, od strane Francuske akademije nauka.
- Dužina  $S_{ij}$  svakog luka izvedena je iz relativno kratke i direktno merene baze, i mreže trouglova u kojoj su izmereni svi horizontalni uglovi.
- Geografske širine krajnjih tačaka  $P_i$  i  $P_j$  određene su iz astronomskih opažanja.



35

## Elipsoid kao Zemljina figura

- Kada su širine  $\phi_i$ ,  $\phi_j$  i dužina luka meridijana  $S_{ij}$  poznati, može se formulisati jednačina koja zbog geometrije meridijanske elipse sadrži veliku poluosu  $a$  i spljoštenost  $f$  traženog dvoosnog elipsoida.
- Rezultati:
  - $a = 6376.568$  km,
  - $f = 1/310.3$ .



36

## Elipsoid kao Zemljina figura

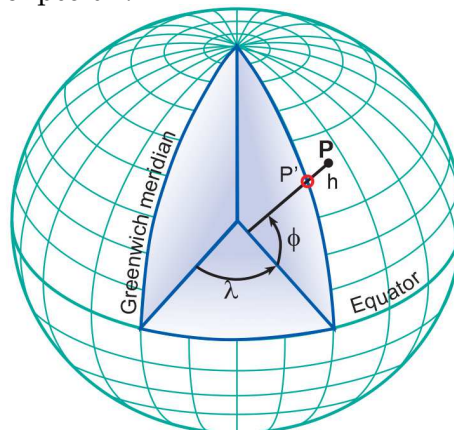
- Godine 1841. uveden je Besselov elipsoid, koji je nazvan po nemačkom geodeti Friedrich Wilhelm Besselu (1784 – 1846).
- Besselov elipsoid najbolje je aproksimirao teritoriju Centralne Evrope i Zapadnog Balkana.

Naziv	$a$ [m]	$b$ [m]	$f = (a - b)/a$
Bessel	6 377 397,155	6 356 078,963	1:299,15281
Hayford	6 378 388,000	6 336 911,946	1:297,00000
Krasovsky	6 378 245,000	6 356 863,019	1:289,30000
GRS80	6 378 137,000	6 356 752,3141	1:298,257222
WGS84	6 378 137,000	6 356 752,3142	1:298,257222

37

## Geografski koordinatni sistem

- Geografski koordinatni sistem – prostorni koordinatni sistem na elipsoidu.



38

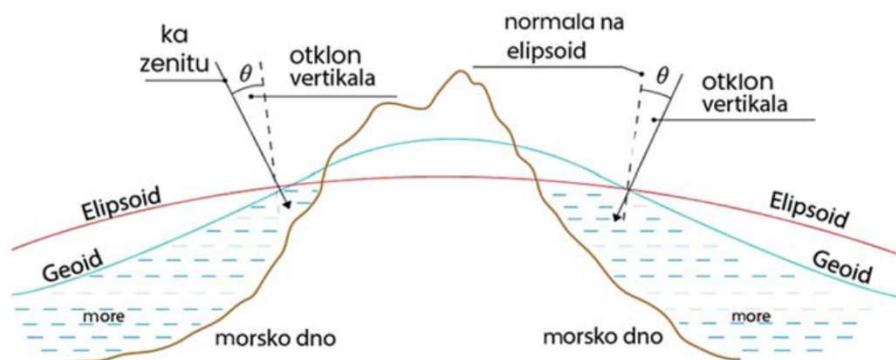
## Geografski koordinatni sistem

- Koordinate na geografskom koordinatnom sistemu su najčešće krivolinijske:
  - geografska širina  $\varphi$  – ugao između normale na elipsoid u posmatranoj tački i ekvatorijalne ravni;
  - geografska dužina  $\lambda$  – ugao između meridijana posmatrane tačke i početnog meridijana, obično Griniča;
  - elipsoidna visina  $h$ .

39

## Odnos geoida, elipsoida i fizičke površi Zemlje

- Normala – prava koja je upravna na površ elipsoida.
- Vertikalna – kriva koja je upravna na površ geoida.

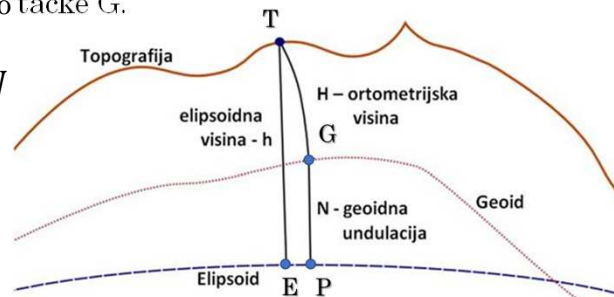


40

## Elipsoidne i ortometrijske visine

- Elipsoidna visina  $h$  – rastojanje duž normale na elipsoid (od tačke E do tačke T).
- Ortometrijska (nadmorska visina)  $H$  – rastojanje duž vertikalne od tačke G do tačke T.
- Geoidna undulacija  $N$  – rastojanje duž normale na elipsoid od tačke P do tačke G.

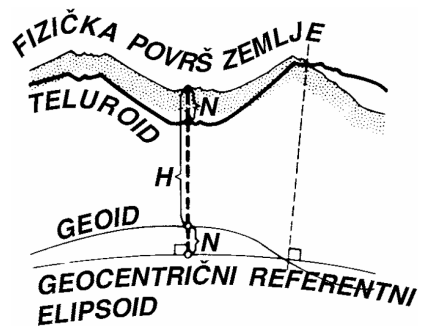
$$H = h - N$$



41

## Teluroid

- Teluroid – površ koja aproksimira fizičku površ Zemlje.
- Teluroid je definisan kao površ čija je visina iznad geocentričnog referentnog elipsoida ista kao visina reljefa iznad geoida.



42

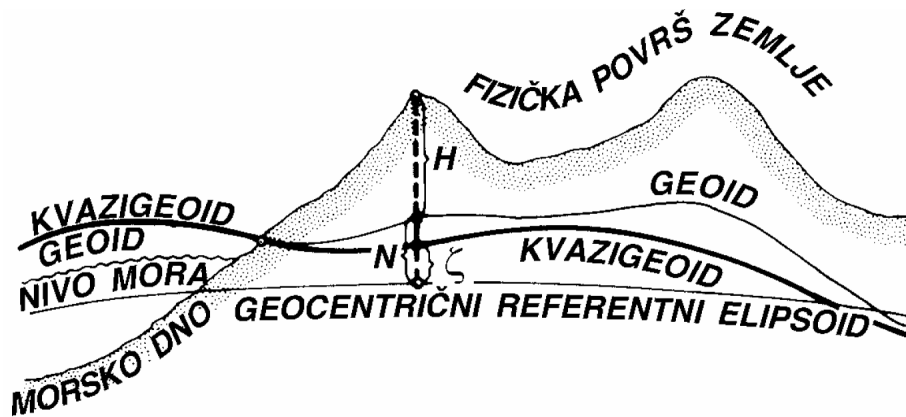
## Kvazigeoid

- Za određivanje geoida i računanje ortometrijskih visina neophodne su određene pretpostavke o rasporedu gustina unutar Zemljine kore, koji nikad nije u potpunosti poznat.
- Ukoliko se umesto realnog Zemljinog gravitacionog polja koristi gravitaciono polje obrtnog elipsoida (normalno polje teže), koje je analitički definisano u svakoj tački, rezultat su takozvane normalne visine, a njihova referentna površ naziva se kvazigeoidom.
- Kvazigeoid ne predstavlja ekvipotencijalnu površ.
- Na moru i okeanima se geoid i kvazigeoid poklapaju, dok se na kontinentima razlikuju u onoj meri u kojoj se razlikuju realno i modelsko gravitaciono polje Zemlje.

43

## Kvazigeoid

- Rastojanje između kvazigeoida i elipsoida, mereno po normalni, poznato je pod nazivom anomalija visine.



44



45