



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



UVOD U GEODEZIJU

Definicija geodezije, istorijat, oblik i dimenzije zemlje

Vanr. prof. Marko Marković, master inž. geodez.

Novi Sad, 2024/2025

1

Podela geodezije

Geodezija se bavi, kako stručnom, tako i naučnom problematikom, pa se prema tome deli na:

- Višu (naučnu) geodeziju** – određivanje veličine, oblika i spoljašnjeg gravitacionog polja Zemlje, razvijanje geodetskih mreža, računanja na zakrivljenoj površini;
- Nižu (praktičnu) geodeziju** – masovna merenja na terenu i izrada topografskih planova, računanja u ravni (geodetski premer, inženjerska geodezija – područja lokalnog karaktera).

3

Definicija

Grčki

Gē

Земља

Grčki

daiein

deliti

Grčki

γεωδαισία
Geōdaisia

Latinski

Geodaesia

Geodezija

kasni 16. vek

2

Revolucije u geodeziji

Teodolit (16. vek): Omogućio je preciznije premeravanje zemljišta i triangulaciju, čineći osnovu za precizno mapiranje i merenje velikih površina.

Sekstant (18. vek): Omogućio je pomorcima i geodetama da precizno odrede svoj položaj na moru merenjem ugla između nebeskog objekta (kao što je Sunce) i horizonta.

Nivelir (19. vek): Omogućio je geodetama da mere visinske razlike što je posebno bilo važno za određivanje nadmorskih visina i izradu topografskih karata.

4

Revolucije u geodeziji

Elektronsko merenje dužina (20. vek): Omogućava geodetama da mere rastojanja sa visokom preciznošću, poboljšavajući efikasnost i tačnost geodetskih merenja.

Fotogrametrija (20. vek): Uključuje proces dobijanja tačnih merenja i 3D informacija o objektima ili terenu sa fotografija, često prikupljenih iz različitih izvora, uključujući snimke sa zemlje, iz vazduha i satelita.

GPS (Globalni pozicioni sistem) (20. vek): GPS se oslanja na konstelaciju satelita kako bi obezbedio precizne informacije o pozicioniranju i vremenu na globalnom nivou. Revolucionirao je navigaciju, geodetsko snimanje i prikupljanje geoprostornih podataka.

5

Teorijske osnove

Teorijske osnove geodezije, pre svega čine:

- **Matematika** - osnovni gradivni element geodezije koji obezbeđuje metode za analizu i obradu rezultata merenja. Geodezija je grana primenjene matematike, i u suštini je geometrija primenjena na zemljinoj površi.
- **Fizika** - merenja se izvode u fizičkom prostoru, pa se moraju poznavati zakonitosti unutar njega. To se odnosi, pre svega, na gravitaciono polje, kretanje elektromagnetnih talasa, optiku, mehaniku, itd.
- **Informatika** - kompjuterske nauke neophodne za računarsku obradu velike količine podataka pri rešavanju mnogih geodetskih problema.

7

Revolucije u geodeziji

LIDAR (Light Detection and Ranging) (20. vek): Koristi laserske impulse za merenje udaljenosti i kreiranje veoma detaljnih trodimenzionalnih mapa ili oblaka tačaka Zemljine površine i njenih karakteristika.

6

Primena geodezije

Geofizika - koristi položajne i geometrijske informacije koje obezbeđuje geodezija, a gravimetrijska merenja su neophodna za poznavanje rasporeda podzemnih masa.

Nauka o kosmičkom prostoru - geometrija spoljnog Zemljinog gravitacionog polja, značajna za kosmičke orbite, a veštački sateliti omogućuju pozicioniranje (Satelitska geodezija - Metoda GPS).

Atmosferske nauke - koriste geodetske podatke o položajima i gravitaciji, a geodeziji su potrebni što tačniji modeli atmosferske refrakcije, kao i ostali meteorološki podaci za korekciju merenih veličina.

Okeanografija - zajedničko pozicioniranje i određivanje pomeranja obalskih linija. Mareografi su merni uređaji za određivanje relativnih visina priobalnog nivoa mora.

Geologija - koristi geodetske podatke za izradu sopstvenih karata, a pruža informacije o stabilnosti terena koje su neophodne za izbor mesta za postavljanje geodetskih belega.

8

Primena geodezije

- Astronomija;
- Građevinarstvo;
- Rudarstvo;
- Arheologija;
- Vodoprivreda;
- Poljoprivreda;
- Urbanizam i prostorno planiranje;
- Zaštita životne sredine i ekologija;
- Geografija;
- Hidrografija;

9

Princip kontrole

Princip kontrole je jedan od osnovnih principa u svim vrstama geodetskih (terenskih i kancelarijskih) radova.

Kontrola terenskih merenja se vrši:

- merenjem određenih veličina više puta;
- proverom da li mereni rezultati zadovoljavaju unapred definisane matematičke uslove.

U toku merenja pojavljuju se odstupanja, koja se moraju nalaziti u granicama unapred definisanih vrednosti, odnosno dozvoljenih odstupanja. Dozvoljena odstupanja predstavljaju kriterijum za praćenje i kontrolu geodetskih merenja i računanja.

11

Oblasti geodezije

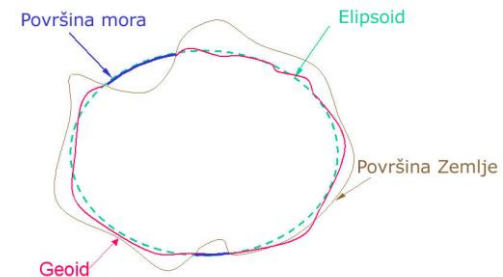
U okviru geodezije proučavaju se sledeće oblasti:

- geodetska metrologija;
- fizička geodezija;
- geodetska kartografija;
- fotogrametrija;
- daljinska detekcija;
- inženjerska geodezija;
- geodetski premer;
- katastar;

10

Oblik i dimenzije Zemlje

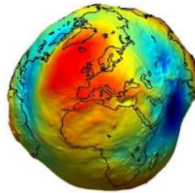
- Fizička površ Zemlje ne može se matematički definisati.
- Stvarni oblik Zemlje najpribližnije opisuje geoid.



12

Geoid

- Geoid – ekvipotencijalna površ sile Zemljine teže koja najbolje aproksimira srednji nivo mora za celu Zemlju.
- Nemački naučnik Karl Fridrih Gaus definisao je geoid kao matematički oblik Zemlje, i kao takav on predstavlja ključnu površ u geodeziji, sa naročito važnom ulogom u pozicioniranju.
- Budući da je geoid telo nepravilnog oblika, koje nije moguće matematički izraziti, računanja na njemu nisu moguća.



13

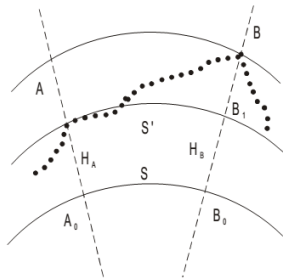
Nivoska površ

- Površ po kojoj se neka tačka može kretati bez utroška energije, naziva se nivoska površ.
- Nivoska površ koja se poklapa sa površi vode idealno mirnih mora i okeana naziva se nulta nivoska površ. Ova površ se poklapa sa površi geoida.
- Za mala područja zemljine površi, geoid se može zameniti sa ravni, pa se i računanja mogu vršiti na usvojenoj ravni.

14

Nivoska površ

- Kroz svaku tačku na fizičkoj površi zemlje prolazi odgovarajuća nivoska površ, koja je upravna na pravac sile zemljine teže.



15

Redukcija dužina

- Redukovana dužina na nivosku površ ($S' = S_{A-B_1}$), predstavlja rastojanje između neke tačke koja se nalazi na toj nivoskoj površi (A) i projekcije druge tačke na istu nivosku površ (B_1), gledano po posmatranoj nivoskoj površi.
- Redukovana dužina na nultu nivosku površ ($S = S_{A_0-B_0}$), predstavlja rastojanje između projekcija dveju tačaka na nultu nivosku površ (A_0 i B_0), gledano po nultoj nivoskoj površi. U nastavku teksta je predstavljen način svođenja merene

16

Redukcija dužina

➤ AB - koso merena dužina.

➤ S' - redukovana dužina nivosku površ tačke A

➤ S - redukovana dužina na nultu nivosku površ

$$S: S' = R: (R + H_A) \quad S = \frac{S'R}{R + H_A}$$

$$S' - S = S' - \frac{S'R}{R + H_A} = S' \left(1 - \frac{R}{R + H_A} \right) = S' \frac{R + H_A - R}{R + H_A} = S' \frac{H_A}{R + H_A}$$

$$S' - S = S' \frac{H_A}{R}$$

| AB ₁ | H _A =500 m | H _A =1000 m | H _A =2000 m |
|-----------------|-----------------------|------------------------|------------------------|
| 1 km | 8 cm | 16 cm | 31 cm |
| 5 km | 38 cm | 78 cm | 157 cm |

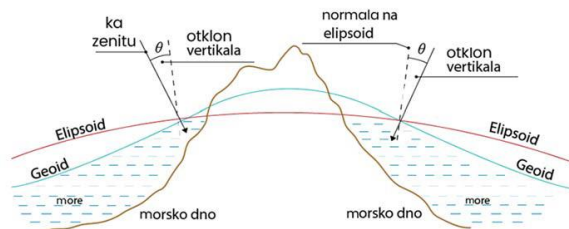
17

Odnos geoida, elipsoida i fizičke površi Zemlje

➤ Normala – prava koja je upravna na površ elipsoida.

➤ Vertikalna – kriva koja je upravna na površ geoida.

➤ Odstupanja vertikalna (mogu se meriti) ukazuju da postoje razlike između elipsoida i geoida.

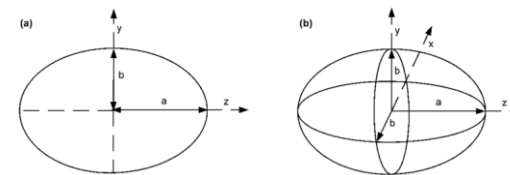


19

Elipsoid

➤ Geoid se može aproksimirati sa približenjem od nekoliko desetina metara i dvoosnim geocentričnim elipsoidom čija se mala osa poklapa sa Zemljinom glavnom polarnom osom inercije.

➤ Referentni elipsoid je elipsoid koji najbolje aproksimira geoid nekog regiona ili države.



18

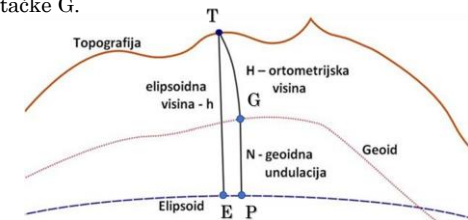
Elipsoidne i ortometrijske visine

➤ Elipsoidna visina h – rastojanje duž normale na elipsoid (od tačke E do tačke T).

➤ Ortometrijska (nadmorska visina) H – rastojanje duž vertikalne od tačke G do tačke T.

➤ Geoidna undulacija N – rastojanje duž normale na elipsoid od tačke P do tačke G.

$$H = h - N$$



20

Geografski koordinatni sistem

➤ Koordinate na geografskom koordinatnom sistemu su najčešće krivolinijske:

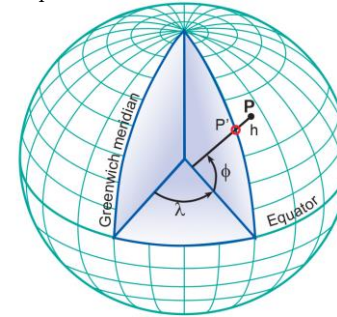
- geodetska širina φ (latituda) – ugao između normale na elipsoid u posmatranoj tački i ekvatorijalne ravni;
- geodetska dužina λ (longituda) – ugao između meridijana posmatrane tačke i početnog meridijana, obično Griniča;
- elipsoidna visina h .

➤ Za potrebe poznavanja tačne lokacije neke tačke u prostoru, pored koordinata φ , λ i h , neophodno je poznavati geodetski datum.

21

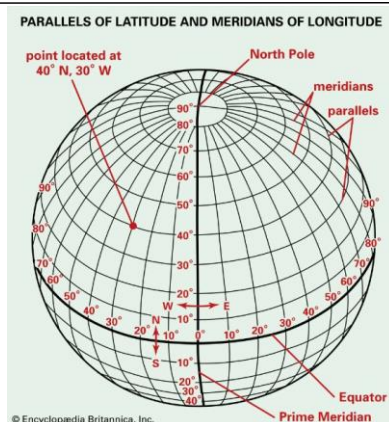
Geografski koordinatni sistem

➤ Geografski koordinatni sistem – prostorni koordinatni sistem na elipsoidu.



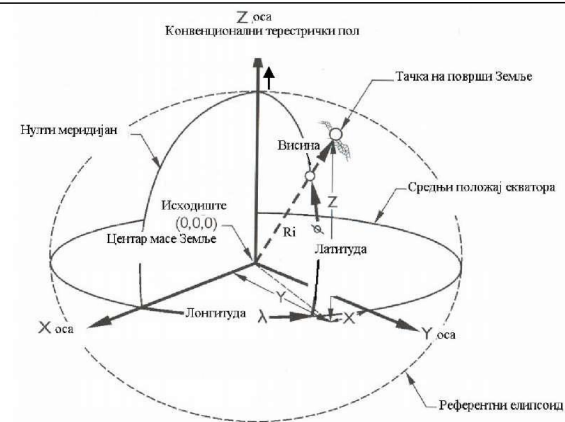
22

Geografski koordinatni sistem



23

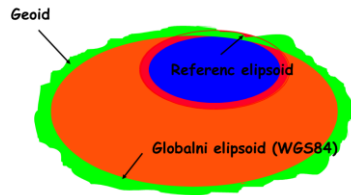
Geografski koordinatni sistem



24

Geodetski datum

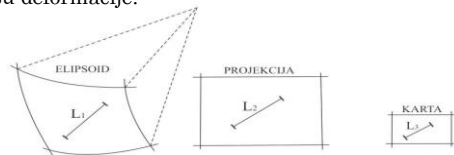
- Geodetski datum definiše oblik i veličinu zemljinog elipsoida i njegov položaj u odnosu na Zemlju.
- WGS84 je konvencionalni terestrički referentni sistem uz koji se vezuje globalni elipsoid WGS84 koji aproksimira geoid na celoj njegovoj površini.



25

Kartografske projekcije

- Karta je uslovljen, smanjen i generalisani prikaz Zemljine površine na određenoj ravni, koji pri tome zadovoljava određene matematičke uslove.
- Kartografske projekcije – matematičke formule putem kojih se krivolinijske koordinate (φ i λ) sa elipsoida transformišu u ravan karte.
- U procesu preslikavanja, kod kartografskih projekcija, neizbežne su deformacije.



27

Određivanje parametara elipsoida

- U različitim državama definisani su različiti parametri oblika i dimenzija elipsoida, na osnovu kojih se određivao oblik i dimenzije elipsoida koji aproksimira Zemlju.
- U većini evropskih zemalja i kod nas koristio se Beselov elipsoid koji je određen 1841. godine.

| Naziv | a [m] | b [m] | $f = (a - b)/a$ |
|-----------|---------------|----------------|-----------------|
| Bessel | 6 377 397,155 | 6 356 078,963 | 1:299,15281 |
| Hayford | 6 378 388,000 | 6 336 911,946 | 1:297,00000 |
| Krasovsky | 6 378 245,000 | 6 356 863,019 | 1:289,30000 |
| GRS80 | 6 378 137,000 | 6 356 752,3141 | 1:298,257222 |
| WGS84 | 6 378 137,000 | 6 356 752,3142 | 1:298,257222 |

26

Podela kartografskih projekcija

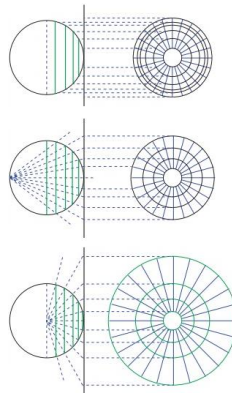
- Kartografske projekcije mogu se podeliti prema:
 - projekcionoj površi;
 - položaju projekcione površi;
 - vrsti deformacija.
- U zavisnosti od projekcione površi na koju se preslikava Zemljin elipsoid ili lopta projekcije se dele na:
 - azimutne (projekciona površ je ravan);
 - konusne;
 - cilindrične.

28

Azimutne projekcije

➤ Prema položaju centra projiciranja azimutne projekcije se mogu podeliti na:

- ortografske – centar projiciranja se nalazi u beskonačnosti;
- spoljne – centar projiciranja se nalazi na konačnoj udaljenosti izvan Zemlje;
- stereografske – centar projiciranja se nalazi na periferiji Zemlje;
- centralne – centar projiciranja se nalazi u središtu Zemlje;



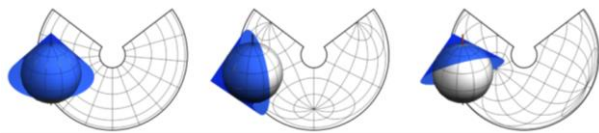
29

Konusne projekcije

➤ Konusne projekcije spadaju u centralne projekcije.

➤ Prema položaju konusa u odnosu na obrtnu osu Zemlje, konusne projekcije mogu se podeliti na:

- polarne – osa konusa se poklapa sa osom rotacije Zemlje;
- poprečne – osa konusa leži u ravni ekvatora;
- kose – osa konusa sa osom rotacije Zemlje zaklapa ugao $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

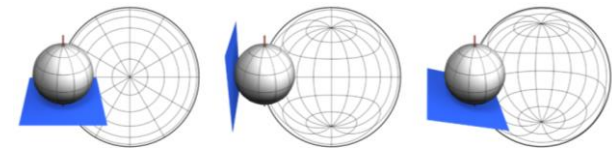


31

Azimutne projekcije

➤ Prema položaju projekcione ravni, azimutne projekcije mogu se podeliti na:

- polarne – ravan projekcije dodiruje Zemljinu površ na polu;
- poprečne – ravan projekcije dodiruje Zemljinu površ u nekoj tački ekvatora.
- kose – ravan projekcije dodiruje Zemljinu površ u nekoj tački čija je geodetska širina $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.



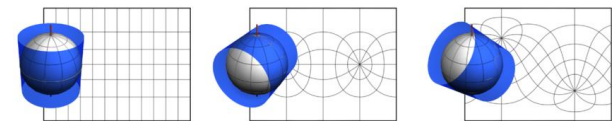
30

Cilindrične projekcije

➤ Zemlja se preslikava na cilindar koji je opasuje.

➤ Prema položaju cilindra u odnosu na obrtnu osu Zemlje, cilindrične projekcije mogu se podeliti na:

- polarne – osa cilindra se poklapa sa osom rotacije Zemlje;
- poprečne – osa cilindra leži u ravni ekvatora;
- kose – osa konusa sa osom rotacije Zemlje zaklapa ugao $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$.

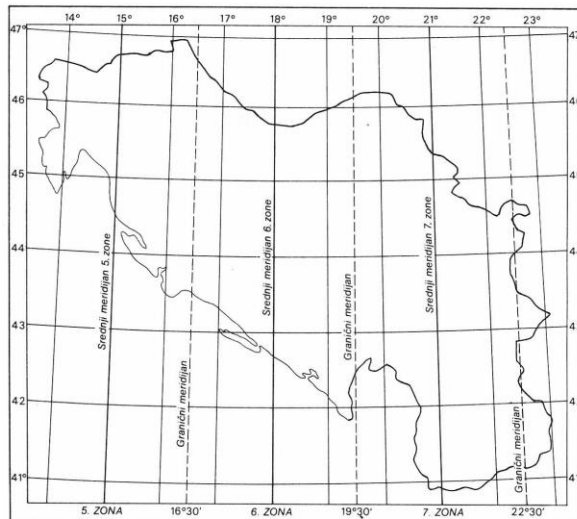


32

Podela kartografskih projekcija

- Prema vrsti deformacija kartografske projekcije dele se na:
- konformne – zadržava se jednakost uglova;
 - ekvivalentne – zadržava se jednakost površina;
 - ekvidistantne – zadržava se jednakost dužina po određenim pravcima.

33



35

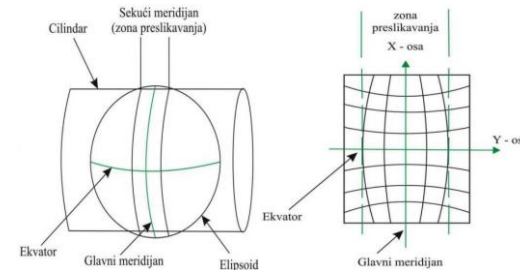
Gaus-Kriggerova projekcija

- Za potrebe državnog premera u bivšoj Jugoslaviji 1929. godine usvojena je Gaus-Kriggerova projekcija.
- Gaus je Zemlju aproksimirao Beselovim elipsoidom.
- Geografske dužine se računaju u odnosu na Grinič.
- Teritorija bivše Jugoslavije pokrivena je sa 3 meridijanske zone čija je širina 3°.
- Tri koordinatna sistema numerisana brojevima 5, 6 i 7 koji su dobijeni deljenjem geografskih širina centralnih meridijana 15°, 18° i 21° sa širinom zone.
- Prema karakteru deformacija Gaus-Kriggerova projekcija je konformna.

34

Gaus-Kriggerova projekcija

- Projekcija centralnog meridijana zone je X osa, dok projekcija Ekvatora predstavlja Y osu.
- Za ordinatu Y srednjeg meridijana usvojena je vrednost 500 000 m.



36

Gaus-Kriggerova projekcija

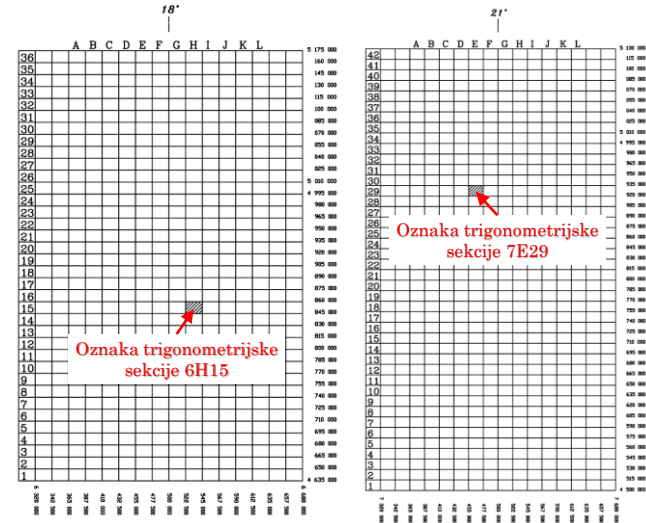
- Ispred Y koordinate se upisuje broj zone kako bi se označila pripadnost koordinatnom sistemu (na primer, 7 500 000,00 – sedma zona).
- Linearna deformacija projekcije ograničena relativnom greškom 1:10000, odnosno dozvoljena je deformacija od 1 dm za dužinu 1 km.
- Deformacija duž srednjeg meridijana zone iznosi 1 dm/km, pa je samim tim razmera duž srednjeg meridijana iznosi 0.9999.

37

UTM projekcija

- Univerzalna poprečna Merkatorova (*Universal Transverse Mercator* – UTM) projekcija je zvanična državna projekcija Republike Srbije.
- UTM projekcija – modifikovana Gaus-Kriggerova projekcija.
- GRS80 (*Geodetic Reference System 1980*) elipsoid.
- Poprečna cilindrična projekcija, širina meridijanske zone 6°.
- Teritorija Republike Srbije pripada 34. meridijanskoj zoni (geografska širina centralnog meridijana iznosi 21°).
- Prema karakteru deformacija UTM projekcija spada u grupu konformnih projekcija.

39



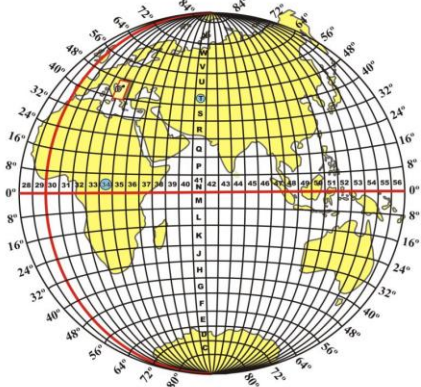
38

UTM projekcija

- Rasecanjem cilindra po izvodnici dobija se ravan.
- Projekcija centralnog meridijana zone je N osa, dok projekcija Ekvatora predstavlja E osu.
- Za ordinatu E srednjeg meridijana usvojena je vrednost 500 000 m.
- Uslovna vrednost apscise (ekvatora) za severnu hemisferu je 0 m, a za južnu hemisferu 10 000 000 m.
- Razmera duž srednjeg meridijana iznosi 0,9996.

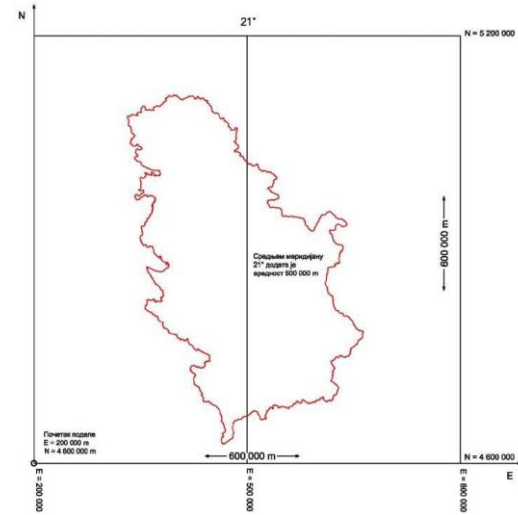
40

Zone UTM projekcije



I stepen obeležavanja – kolone se obeležavaju arapskim brojevima od 1 do 60, a slovima abecede, počev od C do zaključno X, pri čemu su slova I i O ispuštena.

41



42

PITANJA?

43