



## UVOD U GEODEZIJU

### Pojam merenja, SI jedinice, greške merenja

Vanr. prof. Marko Marković, master inž. geodez.

Novi Sad, 2024/2025

1

### Pojam merenja

---

Među elementarnim operacijama procedure merenja spadaju sledeće:

- Etaloniranje (kalibracija) mernih instrumenata (merila) i pribora, odnosno usklađivanje jedinice mere mernog instrumenta sa njenom teorijskom vrednošću.
- Priprema za merenje (materijalizacija merene veličine, postavljanje instrumenata i pribora za merenje, i sl.).
- Neposredno utvrđivanje vrednosti merene veličine (viziranje, koincidiranje i očitavanje podele mernog instrumenta)
- Merenje pomoćnih veličina, (na primer temperature, atmosferskog pritiska, vlažnosti vazduha ili nekih drugih veličina neophodnih za korigovanje dobijenih rezultata merenja), i sl..

3

### Pojam merenja

---

- Merenja se nalaze u osnovi svih geodetskih računanja.
- Osnovni zadatak geodetskog inženjera jeste da u skladu sa zahtevima tačnosti utvrdi tip, obim i proceduru merenja i sprovede analizu rezultata merenja.
- Merenje – upoređivanje dve istorodne veličine od kojih je jedna jedinična (etalon).
- Metrologija je nauka o merenju koja obuhvata sve teorijske i praktične aspekte merenja, nezavisno od njihove oblasti i oblasti u kojoj se koriste.
- Tačnost merenja je kvalitativan pojam koji označava nivo bliskosti rezultata merenja tačnoj vrednosti merene veličine.

2

### Ocena tačnosti izvršenih merenja

---

- U postupku merenja neke veličine potrebno je ne samo da se odredi ta veličina, već i da se utvrdi tačnost sa kojom je određena.
- Ocena tačnosti merenja vrši se obradom rezultata merenja i računanjem različitih parametara koji karakterišu tačnost izvršenog merenja.
- Kriterijum za ocenu tačnosti merenja jeste greška, koja se pojavljuje kao neminovni pratilac svih merenja.
- Opšte je poznato da kada se izvrše merenja određene veličine dobijeni rezultati neće biti tačni i međusobno se neće podudarati, što je posledica grešaka merenja.

4

## Greške merenja

---

Izraz greška, generalno se može tretirati kao razlika između rezultata merenja i "istinite - tačne" vrednosti merene veličine. Ona je uvek prisutna, jer ponovljena merenja prirodno variraju, dok je "istinita" vrednost konstantna.

Ako je neka veličina više puta izmerena, onda će se dobijene vrednosti razlikovati u granicama tačnosti merenja koja zavisi od: instrumenta, metode rada, operatera, atmosferskih uslova i mnogih drugih spoljnih faktora

Prema karakteru nastanka i osnovnim svojstvima, greške se dele na:

- grube,
- sistematske ili jednoznačne i
- slučajne ili neizbežne.

5

## Grube greške

---

Do danas su razvijene brojne metode za detekciju grubih grešaka u merenjima.

Kako se u geodeziji uvek izvode suvišna merenja, postupak izbacivanja grubo pogrešnih rezultata merenja je moguće obavljati do one mere, do koje se ne narušava mogućnost dobijanja traženih (nepoznatih) podataka.

U slučajevima kada bi izbacivanje grubih grešaka iz rezultata merenja narušilo dobijanje traženih podataka neophodno je ponoviti merenja uz veću koncentraciju ili bolju obučenosn operatera.

7

## Grube greške

---

Kada se u nizu merenja neka vrednost znatno razlikuje od ostalih (iznad očekivanja) to merenje sadrži grubu grešku i iz tog razloga ih je lako uočiti.

Uzroci nastajanja grubih grešaka je ljudski faktor: permutacija cifara, pogrešno očitavanje, nepažnja, umor, previd, nemarnost i nedovoljno stručno znanje opažača. Grube greške se ne mogu tolerisati u merenjima, već ih je potrebno iz merenja eliminisati.

Veličinu grube greške definiše tražena tačnost merenja. Tako kod visoko preciznih merenja i relativno male greške mogu biti grube.

6

## Sistematske greške

---

Sistematske greške uzrokovane su nekim sistemom, koji ukoliko je poznat može biti prikazan funkcijom, i uvođenjem određenih korekcija može biti potpuno eliminisan.

Ako taj sistem nije poznat, sistematske greške se mogu delimično eliminisati izborom pogodne metode rada, instrumenta, spoljašnjih uslova pri merenju i sl.

Glavna osobina sistematskih grešaka je da su one uvek istog predznaka, te se kod raznih geodetskih merenja te greške sumiraju, tj. dolazi do gomilanja grešaka.

8

## Sistematske greške

Sistematske greške merenja deluju uvek u istom smeru na rezultat merenja, ali je nekada taj smer nepoznat.

Primeri sistematskih grešaka meranja: duža pantljkica od deklarisanane, nehorizontalna vizura kod nivelira i slično.

Uzroci nastanka sistematskih grešaka merenja su: nesavršenstvo pribora i instrumenata za merenje, operater, spoljni uslovi i slično.

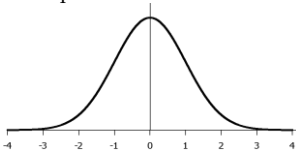
Otklanjanje sistematskih grešaka:

- rektifikacija instrumenata;
- uvođenje popravke;
- izbor metode merenja;
- izbor spoljnjih uslova za merenje.

9

## Slučajne greške

➤ Slučajne greške merenja pokoravaju se normalnoj raspodeli.



- Veća verovatnoća pojave manjih grešaka nego većih.
- Ista verovatnoća pojave pozitivnih i negativnih grešaka.
- Verovatnoća pojave velikih grešaka teži nuli.

➤ Uzorci pojave slučajnih grešaka su: nesavršenstvo instrumenata, operater, spoljni uslovi i slično.

➤ Otklanjanje slučajnih grešaka merenja vrši se višestrukim merenjem iste veličine i uzimanje aritmetičke sredine za konačnu vrednost, izbor uslova pri merenju.

11

## Slučajne greške

Nakon otkrivanja i otklanjanja grubih grešaka, i korekcije merenja za sve poznate sistematske greške, u merenjima će i dalje postojati neslaganje.

To neslaganje je uzrokovano greškama čiji se uticaj ne može izraziti određenom funkcijom.

Te greške imaju slučajni karakter i osobina im je različitost predznaka.

Kako se slučajne greške ne mogu modelovati funkcijom, o karakteru slučajnih grešaka može se zaključivati proučavanjem njihovog kolektivnog ponašanja.

10

## Ocena grešaka

➤ Istinita greška merenja definiše se kao:

$$\mu_i = A - l_i,$$

gde je  $A$  istinita vrednost, a  $l_i$  rezultata merenja.

➤ Najverovatnija greška merenja definiše se kao:

$$\delta_i = L - l_i,$$

gde je  $L$  najverovatnija vrednost, a  $l_i$  rezultata merenja.

➤ Srednja kvadratna greška, koja predstavlja meru tačnosti, određuje se na sledeći način:

$$\sigma = \pm \sqrt{\frac{\sum(A - l_i)^2}{n}}, \quad m = \pm \sqrt{\frac{\sum(L - l_i)^2}{n - 1}}. \quad n - \text{ broj merenja}$$

12

## Aritmetička sredina

➤ Pošto u većini slučajeva, prilikom merenja neke veličine, nije poznata istinita vrednost, na osnovu izvršenih merenja određuje se najverovatnija vrednost kao aritmetička sredina.

➤ Aritmetička sredina:

$$L = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_n}{n} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n l_i.$$

➤ Opšta aritmetička sredina:

$$L = \frac{p_1 \cdot l_1 + p_2 \cdot l_2 + \dots + p_n \cdot l_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}.$$

13

## Svojstva aritmetičke sredine

➤ Zbir kvadrata odstupanja od aritmetičke sredine teži nuli:

$$\sum \delta_i^2 = \sum (L - l_i)^2 = \min,$$

$$F(L) = (L - l_1)^2 + (L - l_2)^2 + \dots + (L - l_n)^2,$$

$$\frac{\partial F(L)}{\partial L} = 0,$$

$$2(L - l_1) + 2(L - l_2) + \dots + 2(L - l_n) = 0,$$

$$n \cdot L - \sum_{i=1}^n l_i = 0 \Rightarrow L = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n l_i.$$

15

## Svojstva aritmetičke sredine

➤ Zbir odstupanja od aritmetičke sredine je jednak nuli:

$$\sum \delta_i = \sum L - l_i = 0, \quad L = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n l_i$$

$$\delta_1 = L - l_1,$$

$$\delta_2 = L - l_2,$$

...

$$\delta_n = L - l_n,$$

$$\sum_{i=1}^n \delta_i = n \cdot L - \sum_{i=1}^n l_i = n \cdot \left( \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n l_i \right) - \sum_{i=1}^n l_i = 0.$$

14

## Greške funkcije merenih veličina

➤ U geodeziji se veoma često pojavljuje potreba za određivanjem srednje kvadratne greške  $m_y$  neke funkcije  $y$  koja je u nelinearnoj vezi sa merenim veličinama  $l_1, l_2, \dots, l_n$  koje su određene sa srednjim greškama  $m_{l_1}, m_{l_2}, \dots, m_{l_n}$ .

$$y = F(l_1, l_2, \dots, l_n)$$

$$m_y = \sqrt{\left( \frac{\partial F}{\partial l_1} \right)^2 \cdot m_{l_1}^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial l_2} \right)^2 \cdot m_{l_2}^2 + \dots + \left( \frac{\partial F}{\partial l_n} \right)^2 \cdot m_{l_n}^2}$$

16

## Greške funkcije merenih veličina

### ►PRIMER

Oceniti tačnost određivanja površine pravougaone parcele čije su stranice  $a = 100 \text{ m}$  i  $b = 10 \text{ m}$  merene sa tačnošću  $m_a = m_b = 1 \text{ cm}$ .

$$P = a \cdot b, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial a}\right) = f_a = b, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial b}\right) = f_b = a,$$

$$\sigma_P^2 = f_a^2 \cdot m_a^2 + f_b^2 \cdot m_b^2,$$

$$\sigma_P^2 = (10 \text{ m})^2 \cdot (0.01 \text{ m})^2 + (100 \text{ m})^2 \cdot (0.01 \text{ m})^2,$$

$$\sigma_P^2 = 1.01 \text{ m}^4 \Rightarrow \sigma_P = 1.00 \text{ m}^2.$$

17

## Dekadni sistem

$10^n$	Prefiks	Simbol	Skala	Decimalno
$10^6$	mega	M	milijon	1 000 000
$10^3$	kilo	k	hiljada	1 000
$10^2$	hekto	h	sto	100
$10^1$	deka	da	deset	10
$10^0$			jedan	1
$10^{-1}$	deci	d	deseti deo	0,1
$10^{-2}$	centi	c	stoti deo	0,01
$10^{-3}$	mili	m	hiljaditi deo	0,001
$10^{-6}$	mikro	$\mu$	milijoniti deo	0,000 001
$10^{-9}$	nano	n	milijarditi deo	0,000 000 001
$10^{-12}$	piko	p	bilijoniti deo	0,000 000 000 001

19

## Međunarodni sistem jedinica, SI

### ►Osnovne SI jedinice.

Naziv	Simbol	Veličina
Kilogram	kg	Masa
Sekunda	s	Vreme
Metar	m	Dužina
Amper	A	Električna struja
Kelvin	K	Termodinamička temperatura
Mol	mol	Količina supstance
Kandela	cd	Jačina svetlosti

► Izvedene jedinice – merne jedinice izražene kao funkcija osnovnih jedinica u datom sistemu.

18

## Jedinice za merenja dužina

► Do kraja 18. veka u svetu su postojale različite jedinice za izražavanje vrednosti dužina što je predstavljalo velike smetnje i teškoće.

► Nakon Francuske revolucije krajem 18. veka uveden je metarski sistem kao jedinstven sistem za jedinice mere za dužine.

► Metar je definisan kao četrdesetomilioniti ( $1 / 40\,000\,000$ ) deo Zemljinog meridijana.

► Godine 1984. metar je definisan kao dužina koju pređe svetlost u vakumu za  $1/299\,792\,458$  deo sekunde ( $3,33564095 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ ).

20

## Jedinice za merenja dužina

➤ Pored metra kao osnovne jedinice često se koriste:

- 1 dm = 0,1 m;
- 1 cm = 0,01 m;
- 1 mm = 0,001 m;
- 1 hm = 100 m;
- 1 km = 1000 m.

➤ Stare jedinice za dužinu (zvanično se ne koriste):

- 1 hvat (bečki) = 1,896484 m;
- 1 hvat = 72 cola;
- 1 col (palac) = 2,634 cm;
- 1 inč = 2,54 cm.

21

## Jedinice za merenja površina

➤ Osnovna jedinica za površine u geodeziji jeste metar kvadratni 1 m<sup>2</sup>.

➤ Osim kvadratnog metra često se koriste:

- 1 ar = 100 m<sup>2</sup>;
- 1 ha = 100 ari = 10000 m<sup>2</sup>;
- 1 km<sup>2</sup> = 100 ha.

➤ Stare jedinice za površine:

- 1 kj = 0,57546 ha (katastarsko jutro);
- 1 kj = 1600 hv<sup>2</sup>;
- 1 hv<sup>2</sup> = 3,60 m<sup>2</sup> (kvadratni hvat);

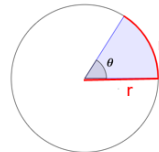
22

## Jedinice za merenje uglova

➤ Lučna podela - radijan

Osnovna jedinica za merenja uglova jeste radijan (rad) koji se definiše kao centralni ugao čiji je luk jednak poluprečniku.

$$1 \text{ rad} = 360^\circ / 2\pi$$



➤ Sekstagezimalna podela – stepen.

Stepen (1°) je centralni ugao koji odgovara tristašezdesetom (1 / 360) delu punog kruga.

- 1° = 60' (minut je 60-ti deo stepena)
- 1' = 60" (sekunda je 60-ti deo minuta)

➤ Centezimalna podela – gon ili gradus.

Gon ili gradus (1ḡ) je centralni ugao koji odgovara četrstotom (1 / 400) delu punog kruga.

- 1ḡ = 100° (gradusni minut je 100-ti deo gradusa)
- 1° = 100ḡ (gradusna sekunda je 100-ti deo gradusnog minuta)

23

## PITANJA?

24