



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



UVOD U GEODEZIJU

Merenje dužina

Vanr. prof. Marko Marković, master inž. geodez.

Novi Sad, 2024/2025

1

Direktno merenje dužina

➤ Merenje dužina do pre nekoliko decenija izvodilo se direktno pomoću traka od metala, koje se zovu pantljičke.

➤ Osnovna podela pantljička je na:

- poljske pantljičke – dužine od 25 do 50 m;
- ručne pantljičke – dužine 10, 20 i 25 m.



3

Merenje dužina

➤ Dužina – rastojanje između dve tačke materijalizovane na terenu.

➤ Merenje dužina može se izvoditi:

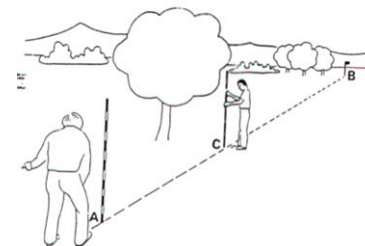
- direktno;
- indirektno:
 - optički;
 - elektronski;
 - iz pomoćnog trougla.

2

Merenje dužina poljskom pantljičkom

➤ Krajnje tačke se signališu značkama, a pantljička pruža po pravcu duži koja treba da se izmeri.

➤ Pantljička se postavlja u pravac pomoću treće značke.



4

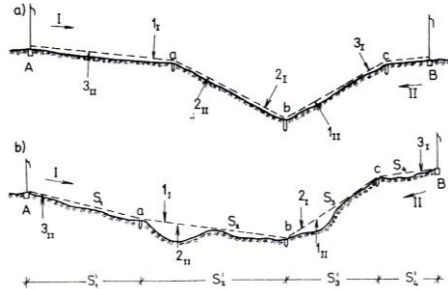
Merenje dužina poljskom pantljkikom

- Pantljika se zategne duž pravca tako da se kraj pantljike poklopi sa početnom tačkom, nakon čega se drugi kraj pantljike obeleži na zemlji.
- U sledećem koraku vrši se povlačenje pantljike i merenje od obeleženog kraja prve dužine pantljike prema drugom kraju merene duži.
- Nakon izmerenog punog broja dužina pantljike, broj pantljika se pomnoži sa nominalnom dužinom pantljike i na tu dužinu se doda ostatak koji se meri od obeleženog kraja poslednje cele pantljike do druge krajnje tačke merene duži.
- Kontrolno merenje se sprovodi ponovnim merenjem duži sa drugog kraja.

5

Merenje dužina poljskom pantljkikom

- Usled neravnomerne promene nagiba terena, dužinu između tačaka potrebno je podeliti na delove u kojima je pad približno ravnoman.

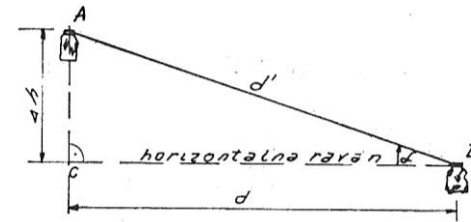


7

Merenje dužina poljskom pantljkikom

- Merenje dužina pantljkikom, vrši se koso po terenu.
- Horizontalna dužina određuje se na sledeći način:

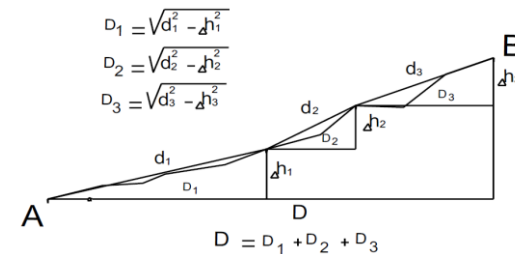
$$d = \sqrt{d'^2 - \Delta h^2}, \quad d = d' - \frac{\Delta h^2}{2d'} - \frac{\Delta h^4}{8d'^3}$$



6

Merenje dužina poljskom pantljkikom

- Merene dužine koja se odnose na pojedinačne segmente moraju se redukovati na horizontalnu ravan, pri čemu je neophodno poznavati visinske razlike između prelomnih tačaka u kojima se menja nagib terena.



8

Merenje dužina poljskom pantljkikom

➤ Moguće greške pri merenju dužine pantljkikom:

- greška zbog dužine pantljkike;
- greška zbog redukcije;
- greška zbog aliniranja pantljkike (doterivanja pantljkike u pravac merene duži);
- greška zbog temperature;
- greška zbog fiksiranja kraja pantljkike;
- ...

➤ Na primer, dužinu od 100 m, koja se nalazi na ravnom terenu, dakle u gotovo idealnim uslovima, nije moguće izmeriti sa tačnošću većom od ± 5 cm.

9

Rajhenbahov daljinomer

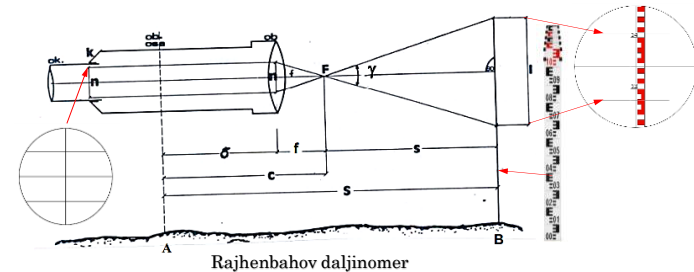
➤ Elementi Rajhenbahovog daljinomera:

- ok* – okularno sočivo;
- ob* – objektivno sočivo;
- k* – končanica;
- n* – rastojanje između gornje i donje crte končanice.
- f* – žižna daljina objektivnog sočiva
- δ – rastojanje između objektivnog sočiva i obrtne ose durbina;
- F* – prednja žiža objektivnog sočiva;
- l* – vrednost odsečka na vertikalnoj letvi (dobija se iz razlike čitanja na letvi gornjom i donjom crtom končanice);
- s* – rastojanje od prednje žiže objektivnog sočiva do letve;
- A* i *B* – stanica i vizurna tačka.

11

Optičko merenje dužina

➤ Pojavom teodolita čiji su durbini konstruisani da sadrže končanicu sa tri horizontalna konca koja je na konstantnom rastojanju od alhidadine ose omogućeno je optičko merenje dužina.



10

Rajhenbahov daljinomer

➤ Ugao γ je konstantan i naziva se paralaktični ugao.

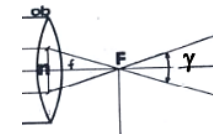
➤ Horizontalna dužina od tačke preseka alhidadine i obrtne ose durbina do letve na tački *B* može se odrediti kao:

$$S = s + f + \delta = \frac{f}{n} \cdot l + f + \delta, \quad \frac{s}{l} = \frac{f}{n} \Rightarrow s = \frac{f}{n} \cdot l.$$

➤ Budući da su vrednosti rastojanja *f*, *n* i δ konstantne, može se napisati:

$$S = K \cdot l + c,$$

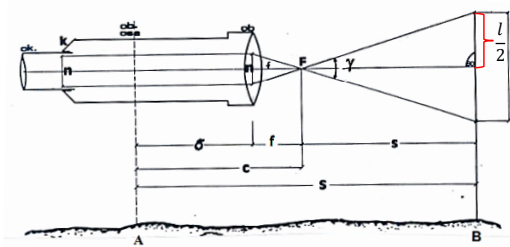
$$K = \frac{f}{n} = \frac{\text{ctg}\left(\frac{\gamma}{2}\right)}{2}, \quad c = f + \delta,$$



gde su *K* i *c* multiplikaciona i adicione konstante.

12

Rajhenbahov daljinomer



$$S = \frac{l}{2} \cdot \text{ctg}\left(\frac{\gamma}{2}\right) + f + \delta = K \cdot l + c$$

➤ Kod savremenih instrumenata: $K \rightarrow 100$, $c \rightarrow 0$, $S = 100 \cdot l$.

13

Merenje dužina optičkim daljinomerom pri horizontalnoj vizuri

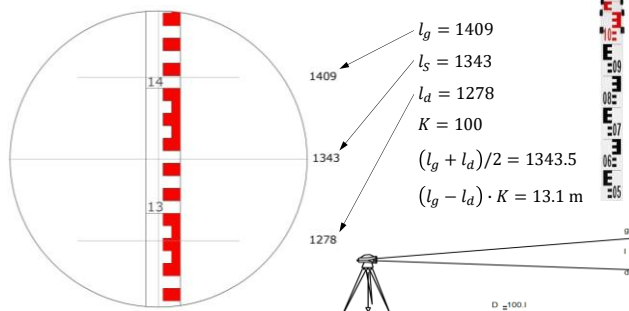
- Pojavom Rajhenbahovih daljinomera otvorila se mogućnost merenja dužina od instrumenta do nekog vidljivog razmernika vertikalno postavljenog na tački do koje se meri dužina.
- Ovaj razmernik koji se izrađuje od različitih vrsta materijala naziva se letva.
- Letva na marginama ima označene brojeve decimetara od nule letve koja se postavlja na tačku do koje se meri rastojanje.
- Letva sa druge strane ima ugrađene držače i centričnu libelu za dovođenje u vertikalu.
- Čitanje podele letve se vrši pomoću crte končаницe i to tako što se: čitaju decimetri, odbroje centimetri a unutar centimetara milimetri ocene od oka.



14

Merenje dužina optičkim daljinomerom pri horizontalnoj vizuri

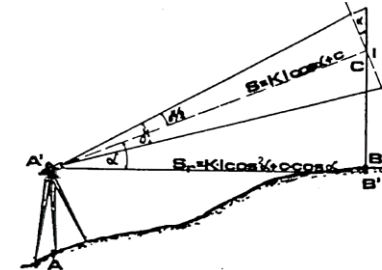
➤ Merenje se odvija tako, što se sa sva tri konca končаницe očita letva i nađe razlika čitanja, a nakon toga odredi dužina.



15

Merenje dužina optičkim daljinomerom pri kosoj vizuri

- Letva na vizurnoj tački B jeste vertikalna ali nije upravna na vizuru.
- Letva sa položajem koji je upravna na vizuru zaklapa ugao α .



16

Merenje dužina optičkim daljinomerom pri kosoj vizuri

➤ Pri kosoj vizuri odsečak na letvi $l = l_g - l_d$ je:

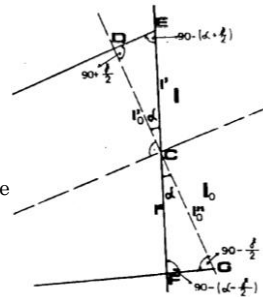
$$EF = l' + l''.$$

➤ Kada bi letva bila upravna na vizuru gornji i donji konac bi odsecali odsečak l_0 :

$$l_0 = DG = l'_0 + l''_0.$$

➤ Odsečak l_0 treba odrediti da bi se prethodno prikazane formule mogle iskoristiti.

$$l_0 = l \cdot \cos(\alpha)$$



17

Tačnost merenje dužina optičkim daljinomerima

- Maksimalna tačnost optički određene dužine pomoću Rajhenbahovog daljinomera iznosi 1 dm, jer greška procene podele letve od 1 mm pomnožena sa konstantom K koja kod novijih instrumenata iznosi 100, daje grešku dužine od 100 mm, odnosno 1 dm.
- Propisi koji su ovim načinom ograničavali merenje dužina do 120 m.
- Merenje dužina ovom metodom je znatno brže u odnosu na merenje dužina pantljkikom.
- Pojavom elektronskih daljinomera optički daljinomeri su skoro u potpunosti istisnuti iz upotrebe.

19

Merenje dužina optičkim daljinomerom pri kosoj vizuri

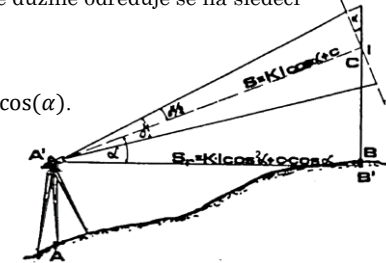
➤ Kada se izraz za određivanje odsečka l_0 uvrsti u prethodno prikazane izraze za određivanje dužine S dobija se:

$$S = K \cdot l_0 + c = K \cdot l \cdot \cos(\alpha) + c.$$

➤ Vrednost horizontalne dužine određuje se na sledeći način:

$$S_r = S \cdot \cos(\alpha),$$

$$S_r = K \cdot l \cdot \cos^2(\alpha) + c \cdot \cos(\alpha).$$



18

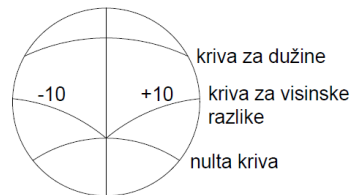
Merenje dužina autoredukcionim tahimetrom

- Instrumenti pomoću kojih se, neposredno na terenu, mogu dobiti horizontalne dužine se nazivaju autoredukcioni tahimetri.
- Njihov princip rada se sastoji u tome da se povećanjem nagnutosti vizure (povećanjem vertikalnog ugla α) smanjuje paralaktički ugao γ .
- Ukoliko se pomoću autoredukcionog daljinomera, određuje redukovana dužina S_R , potrebno je na tački A očitati odsečak na letvi l i vertikalni ugao α (odnosno zenitno odstojanje Z).

20

Merenje dužina autoredukcionim tahimetrom

➤ Autoredukcionni tahimetri imaju dve konstante, jednu za dužine ($K_D=100$) i drugu za visinske razlike (najčešće $K_H=\pm 10, \pm 20, \pm 50$).



21

Merenje dužina autoredukcionim tahimetrom

Horizontalne dužine i visinske razlike se određuju jednostavnim izrazima:

$$S_R = K_D \cdot (l_D - l_0)$$

$$\Delta_H = K_H \cdot (l_H - l_0)$$

23

Merenje dužina autoredukcionim tahimetrom

Nakon centrisanja autoredukcionog tahimetra i postavljanja letve na željenu tačku, izvrše se čitanja na letvi:

l_0 – mesto na letvi koje pogađa presek vertikalnog konca končanice i nulte krive;

l_H - mesto na letvi koje pogađa presek vertikalnog konca končanice i krive za visinske razlike; i

l_D - mesto na letvi koje pogađa presek vertikalnog konca končanice i krive za dužine.

22

Elektronsko merenje dužina

➤ Elektronski daljinomeri se prema načinu rada mogu podeliti na:

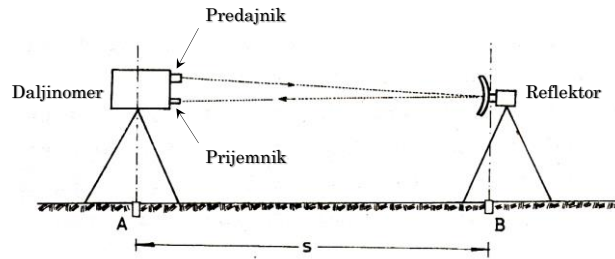
- impulsne;
- fazne.

➤ Elektronski daljinomeri se prema tipu nosećeg signala mogu podeliti na:

- elektrooptičke – koriste svetlosne i infracrvene talase;
- mikrotalasne – koriste radio talase.

24

Elektronsko merenje dužina



25

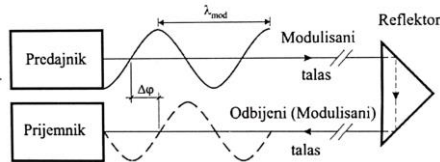
Fazni daljinomeri

➤ Fazni metod zasniva se na određivanju fazne razlike $\Delta\varphi$ emitovanog i povratnog signala.

➤ Vrednost dužine određuje se na sledeći način:

$$D = N \cdot \frac{\lambda}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \cdot \frac{\lambda}{2}$$

gde je λ talasna dužina, $\Delta\varphi$ fazna razlika, a N broj celih talasnih dužina λ .



27

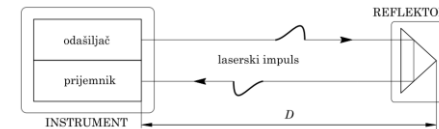
Impulsni daljinomeri

➤ Impulsni metod – predajnik emituje elektromagnetne oscilacije u obliku vrlo kratkih impulsa, koji se odbijaju od cilja (reflektora) i vraćaju nazad do prijemnika.

➤ Meri se vreme putovanja impulsa od predajnika do cilja (reflektora) i nazad Δt , na osnovu čega se određuje dužina:

$$D = \frac{\bar{v}}{2} \cdot \Delta t,$$

gde je \bar{v} srednja brzina putovanja talasa duž putanje.



26

Elektronsko merenje dužina

➤ Sa aspekta upotrebe reflektora pri merenju dužina razlikujemo:

- daljinomere kod kojih upotreba reflektora nezaobilazna;
- daljinomere koji mogu meriti dužine bez upotrebe reflektora.

➤ Daljinomeri koji mere dužinu bez reflektora bazirani su na impulsnoj metodi merenja dužina.

➤ Kod ovih daljinomera u postupku merenja emituju se svetlosni impulsi izrazito visoke energije u poređenju sa faznim daljinomerima.

➤ Usled visoke energije dolazi do većeg reflektovanja signala što omogućava lakše otkrivanje odbijenog signala.

28

Elektronsko merenje dužina

- Elektronski daljinomeri integrisani su u okviru durbina savremenih geodetskih instrumenata koji se nazivaju **totalne stanice**.
- Reflektori – signali čija je svrha da prime i reflektuju nazad elektromagnetne talase koje su emitovani od strane predajnika elektronskog daljinomera.



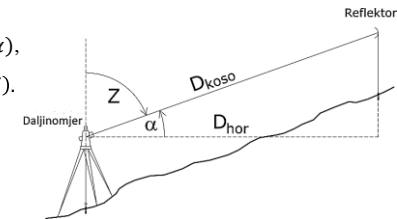
29

Elektronsko merenje dužina

- Kod merenja dužina pomoću elektronskog daljinomera, meri se dužina od prekreta durbina daljinomera, koji je na vertikali iznad jedne tačke (stanica), do centra reflektora, koji je na vertikali iznad druge tačke (vizurna tačka).
- Pored dužine neophodno je izmeriti i zenitni ili vertikalni ugao.

$$D_{hor} = D_{koso} \cdot \cos(\alpha),$$

$$D_{hor} = D_{koso} \cdot \sin(Z).$$



30

Elektronsko merenje dužina

- Elektronski daljinomeri imaju veoma visoku tačnost merenja (na nivou milimetra).
- Omogućavaju merenje jako velikih rastojanja (do nekoliko kilometara).
- Veoma brzo merenje dužina, traje svega nekoliko sekundi.
- Očitavanje rezultata se vrši na displeju instrumenta.



31

Ručni laserski daljinomeri

- Merenje dimenzija unutrašnjosti objekata, koje je ranije vršeno sa mnogo komplikacija, pomoću ručnog metra ili pantljkice, danas se vrši pomoću malih ručnih laserskih daljinomera.



32

PITANJA?