



FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA



UVOD U GEODEZIJU

Merenje visinskih razlika

Vanr. prof. Marko Marković, master inž. geodez.

Novi Sad, 2024/2025

1

Podela geometrijskog nivelmana

Geometrijski nivelman se deli na:

- generalni i
- detaljni.

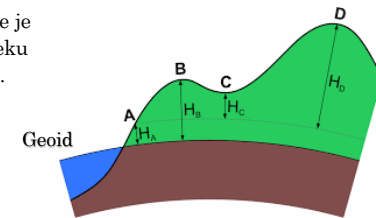
Generalnim nivelmanom se određuju nadmorske visine repera.

Detaljnim nivelmanom određuju se nadmorske visine detaljnih tačaka odnosno tačaka koje karakterišu teren u visinskom pogledu.

3

Apsolutne i relativne visine tačaka

- Nivelman predstavlja skup terenskih i kancelarijskih radova, čiji je krajnji cilj određivanje nadmorskih visina tačaka.
- Visina tačke (kota) može biti apsolutna i relativna.
- Apsolutna visina tačke A je zapravo nadmorska visina H_A , odnosno rastojanje duž vertikale od geoida do te tačke.
- Relativna visina tačke je visina u odnosu na neku drugu tačku ili ravan.
- Relativna visina je zapravo visinska razlika između dveju tačaka.



2

Podela geometrijskog nivelmana

Vrsta nivelmana	Verovat. slučajna greška po km	Rastojanje u km		Način nivelanja visinskih razlika	
		Poligon	Repera	Na stanicama	Nivelm. strane
Nivelman visoke tačnosti	±1 mm	250	7-8	2 x	napred nazad
Precizni nivelman	±2 mm	75-250	4	2 x	napred nazad
Tehnički nivelman povećana tačnosti	±5 mm	25-75	2	2 x	napred
Tehnički nivelman	±8 mm	25	1	1 x	napred

4

Merenje visinskih razlika

- Visinske razlike mogu se odrediti:
 - geometrijskim nivelmanom;
 - trigonometrijskim nivelmanom;
 - hidrostatičkim nivelmanom;
 - barometrijskim nivelmanom;
 - priručno, pomoću ravnjače i podravnjače;
 - globalnim navigacionim satelitskim sistemom (GNSS) pozicioniranja.

5

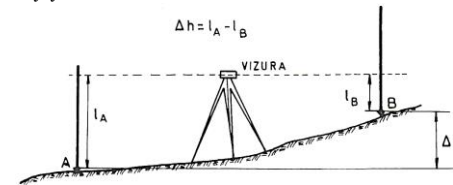
Nivelmanski instrument

- Osnovni delovi nivelira su:
 - durbin;
 - cevasta libela.
- Da bi durbin mogao da se rotira horizontalno, povezan je preko svog nosača, sa glavnom osovinom nivelira.
- Glavna osovina nivelira je telo cilindričnog ili konusnog oblika, a prava koja se poklapa sa osom cilindra ili konusa i oko koje se durbin horizontalno rotira, zove se glavna osa.
- Horizontalnost vizure se postiže vezivanjem libele za durbin.

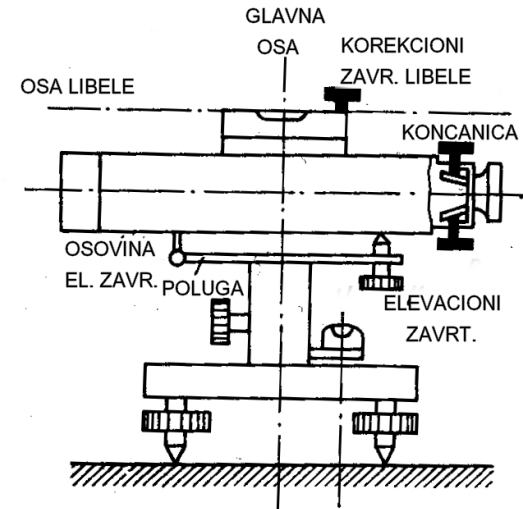
7

Geometrijski nivelman

- Kod geometrijskog nivelmana visinske razlike između dve tačke na fizičkoj površi zemlje određuju se pomoću horizontalne vizure.
- Za određivanje visinskih razlika pri horizontalnoj vizuri koriste se specijalni nivelmanski instrumenti koji se nazivaju NIVELIRI.
- Postupak merenja visinskih razlika naziva se NIVELMAN.
- Na tačkama između koji se određuje visinska razlika postavljaju se nivelmanske letve.



6



8

Nivlanski instrument



9

Savremeni nivlanski instrumenti

- U današnje vreme na tržištu su najzastupljeniji digitalni niveliri i bar-kod letve.
- Horizontalnost vizure se postiže pomoću kompenzatora.



11

Pribor za geometrijski nivelman

- Pri merenju visinskih razlika geometrijskim nivelmanom pored nivelira koristi se sledeći pribor:

- stativ;
- nivlanske letve;
- nivlanske papuče;
- gvozdeni klinovi.

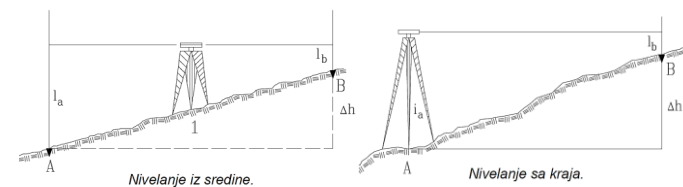


10

Geometrijski nivelman

- Prema položaju nivelira u odnosu na tačke između kojih se određuje visinska razlika, razlikujemo:

- nivelanje iz sredine;
- nivelanje sa kraja;



12

Generalni geometrijski nivelman

➤ Postupak merjenja visinskih razlika metodom geometrijskog nivelmana iz sredine:

- nivelmanski instrument se postavlja iznad tačke (stanica) koja je podjednako udaljena od tačaka između kojih se određuje visinska razlika;
- na tačkama između kojih se određuje visinska razlika postavljaju se letve u vertikalnom položaju pomoću odgovarajućih libela;
- očitavaju se podele na letvama pri horizontalnoj vizuri.

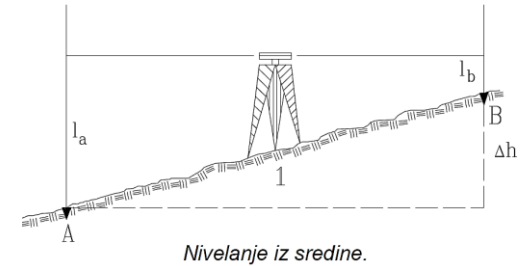
➤ Očitane vrednosti podele na letvama su vertikalna rastojanja od donje ivice letve (početak podele na letvi) do horizontalne ravni koju opisuje vizura nivelira.

13

Generalni geometrijski nivelman

➤ Iz razlike čitanja podela na letvama, po principu zadnja letva minus prednja letva, određuje se visinska razlika:

$$\Delta h_{AB} = l_a - l_b, \text{ odnosno } \Delta h_{BA} = l_b - l_a.$$

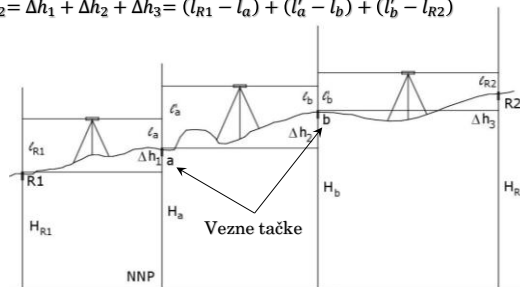


14

Generalni geometrijski nivelman

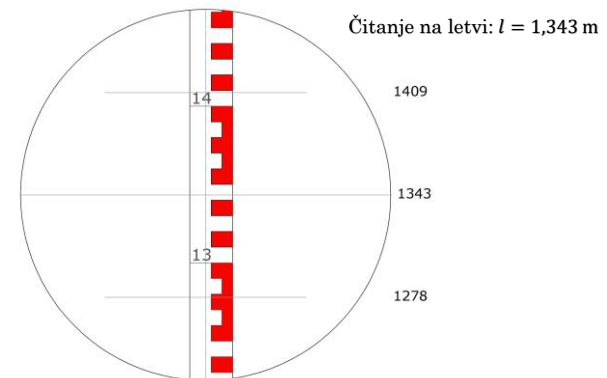
- Merenje visinskih razlika između tačaka na većem rastojanju.
- Postavljaju se pomoćne tačke, tj. vezne tačke, koje se na terenu materijalizuju nivelmanskim papučama.

$$\Delta h_{R1R2} = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 = (l_{R1} - l_a) + (l'_a - l_b) + (l_b - l_{R2})$$



15

Očitavanje nivelmanskih letvi

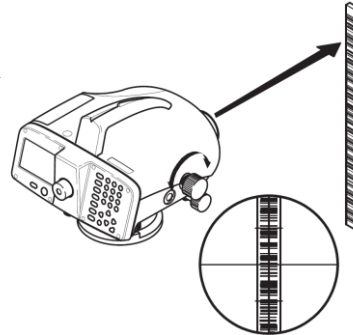


16

Očitavanje nivelmanskih letvi

➤ Očitavanje bar-kod letve pomoću digitalnog nivelira:

- CCD kamera snimi deo letve koji se upoređuje sa slikom cele letve koja je memorisana u instrumentu.



17

Greška zbog nehorizontalnosti vizure

➤ Ukoliko se merenje visinske razlike vrši iz sredine važi sledeće:

$$D_a = D_b \quad \text{i} \quad \Delta_a = \Delta_b,$$

$$\Delta H = l'_a - l'_b = l_a + \Delta_a - l_b - \Delta_b = l_a - l_b.$$

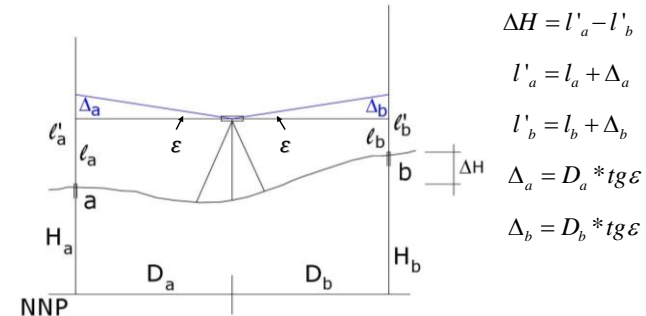
➤ Ako se visinska razlika meri nivelanjem iz sredine, eventualna nehorizontalnost vizure neće se odraziti na izmerenu visinsku razliku.

➤ U zavisnosti od konstrukcije nivelira i nivelmanskih letvi, tačnost merenja visinske razlike je od nekoliko milimetara do nekoliko stotih delova milimetra.

19

Greška zbog nehorizontalnosti vizure

➤ Greška zbog nehorizontalnosti vizure.



18

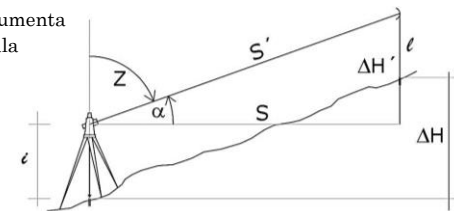
Trigonometrijski nivelman

➤ U trigonometrijskom nivelmanu visinska razlika između dve tačke određuje se na osnovu izmerenog zenitnog ugla (vertikalnog ugla) i kose dužine.

$$\Delta H' = S' \cdot \cos Z, \quad \Delta H = \Delta H' + i - l$$

$$\Delta H' = S' \cdot \cos Z + i - l$$

i – visina instrumenta
 l – visina signala



20

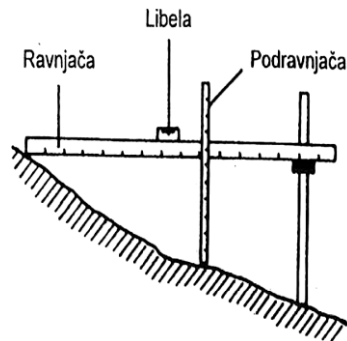
Trigonometrijski nivelman

- Prikazani postupak trigonometrijskog nivelmana se može upotrebiti na kraćim rastojanjima (do 500 m).
- Pri merenju visinskih razlika između tačaka na velikim rastojanjima moraju se uzeti u obzir:
 - uticaj zakrivljenosti Zemljine površi;
 - uticaj refrakcije svetlosnog zraka (vizure);
 - uticaj nadmorskih visina krajnjih tačaka.
- Tačnost izmerene visinske razlike, zavisi od tačnosti svih elemenata koji učestvuju u njenom formiranju i kreće se u zavisnosti od rastojanja između tačaka od nekoliko milimetara do nekoliko centimetara.

21

Ravnjača i podravnjača

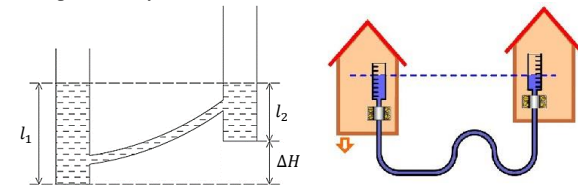
- Ravnjača i podravnjača – par drvenih letvi opremljenih libelama.



23

Hidrostatički nivelman

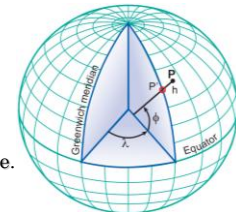
- Hidrostatički nivelman se zasniva na korišćenju pribora koji radi na principu spojenih sudova.
- Dve staklene posude međusobno povezane providnim gumenim crevom koje je napunjeno tečnošću (alkoholom ili destilovanom vodom).
- Prema zakonu spojenih sudova, nivo tečnosti u jednom i drugom sudu je isti.



22

Merenje visinskih razlika primenom GNSS tehnologije pozicioniranja

- GNSS sistemom pozicioniranja mogu se odrediti geodetska širina φ , geodetska dužina λ i elipsoidna visina h proizvoljne tačke na površi Zemlje.
- Referenta površ je WGS84 elipsoid.
- U klasičnom geodetskom merenju visinskih razlika i računanju visina kao referentna površ uzima se geoid, odnosno koriste se ortometrijske visine.
- Visine tačaka određene pomoću GNSS sistema moraju se transformisati iz elipsoidnih u ortometrijske visine.

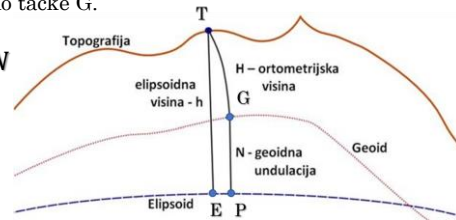


24

Merenje visinskih razlika primenom GNSS tehnologije pozicioniranja

- Elipsoidna visina h – rastojanje duž normale na elipsoid (od tačke E do tačke T).
- Ortometrijska (nadmorska visina) H – rastojanje duž vertikale od tačke G do tačke T.
- Geoidna undulacija N – rastojanje duž normale na elipsoid od tačke P do tačke G.

$$H = h - N$$



25

PITANJA?

26