

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

INŽENJERSKA GEODEZIJA 3
- VEŽBA 4 -

NOVI SAD, 2025

Zadatak 1

- Na osnovu datih podataka potrebno je sprovesti postupak prethodne analize kvaliteta geodetske mreže. Predviđeno je obostrano merenje dužina!
- U postupku prethodne analize kvaliteta geodetske mreže datum definisati minimalnim tragom kofaktorske matrice nepoznatih parametara na sve tačke mreže.
- Sračunati elemente apsolutne elipse grešaka za tačku 1 (A, B, θ_A i θ_B).

Osetljivost geodetskih mreža

- Analiza osetljivosti geodetskih mreža podrazumeva određivanje najmanje vrednosti pomeranja koja se za dati nivo značajnosti α i moć kriterijuma $1-\beta$, primenom metoda deformacione analize „sigurno” može otkriti.
- Osnove analize osetljivosti geodetskih mreža postavio je Pelzer 1971. godine hipotezom o podudarnosti tačaka mreže:

$$H_0: M(\mathbf{d}) = 0 \text{ protiv } H_a: M(\mathbf{d}) \neq 0.$$

Osetljivost geodetskih mreža

- Test statistika:

$$T|_{H_0} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{h \hat{\sigma}_0^2} \Big|_{H_0} \sim F_{h,f} \text{ ili } T|_{H_a} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{h \hat{\sigma}_0^2} \Big|_{H_a} \sim F_{h,f,\lambda}.$$

- U slučaju alternativne hipoteze test statistika sledi Fišer-ovu necentralnu raspodelu. Parametar necentralnosti λ određuje se na sledeći način:

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{\sigma_0^2}.$$

Osetljivost geodetskih mreža

- Teorijska vrednost, odnosno granična vrednost, parametra necentralnosti λ_0 može se preuzeti iz odgovarajućih tablica parametra necentralnosti u χ^2 testu, za usvojeni nivo značajnosti α i moć testa $1 - \beta$.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.05 \\ 1 - \beta = 0.80 \\ f = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \lambda_0 = 9.635$$

- Vektor pomeranja i odgovarajuća kofaktorska matrica mogu se napisati na sledeći način:

$$\mathbf{d} = d_p \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Q}_d = 2\mathbf{Q}_{\hat{x}}.$$

Osetljivost geodetskih mreža

- Najmanji intenzitet pomeranja određuje se na sledeći način:

$$d_p = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{\mathbf{g}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{g}}},$$

a onda

$$\mathbf{d}_{min} = d_p \mathbf{g} = d_p \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}.$$

Zadatak 2

- Na osnovu datih podataka sprovesti postupak prethodne analize kvaliteta geodetske mreže. Budući da je $\sigma_d = \text{const}$, matrica težina $\mathbf{P}$ je jedinična. Voditi računa da je u pitanju neslobodna geodetska mreža.
- U cilju ispitivanja vertikalnosti izvodnice tornja postavljaju se sledeće hipoteze:

$$H_0: M \begin{bmatrix} Y_D - Y_G \\ X_D - X_G \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad \text{protiv} \quad H_a: M \begin{bmatrix} Y_D - Y_G \\ X_D - X_G \end{bmatrix} \neq \mathbf{0}$$

- Test statistika

$$T = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}}{h \hat{\sigma}_0^2} \sim F_{1-\alpha, h, f}$$

Zadatak 2

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} Y_D - Y_G \\ X_D - X_G \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$h = \text{rang}(\mathbf{H}), \quad \mathbf{Q}_d = \mathbf{H} \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \mathbf{H}^T$$

f – broj stepeni slobode iz izravnjanja.

- U ovom slučaju vektor pomeranja $\mathbf{d}$ formira se na sledeći način:

$$\mathbf{d} = d_p \mathbf{g}, \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \end{bmatrix}.$$

- U slučaju alternativne hipoteze test statistika sledi Fišer-ovu necentralnu raspodelu sa parametrom necentralnosti:

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}}{\sigma_0^2}.$$

Zadatak 2

- Saglasno prethodno navedenom može se napisati sledeće:

$$\sigma_0 = \sigma_d = \sqrt{\frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^{-1} \mathbf{d}}{\lambda_0}},$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 0.05 \\ 1 - \beta = 0.90 \\ f = 2 \end{array} \right\} \rightarrow \lambda_0 = 12.655.$$