

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
GEODEZIJA I GEOINFORMATIKA

INŽENJERSKA GEODEZIJA 2
- ZADATAK 2 -

NOVI SAD, 2026

Projektovanje lokalnih geodetskih mreža

- Projekat geodetske mreže sadrži:
 - Opšti deo;
 - Stručni deo.
- U stručnom delu projekta uglavnom se definišu:
 - Oblik (konfiguracija) mreže i plan opažanja;
 - Metoda i tehnike merenja, instrumenti i pribor za merenje;
 - Kriterijumi za praćenje i kontrolu merenja;
 - Matematički model izravnjanja;
 - Organizacija rada na terenu (broj izvršilaca, oprema itd.);
 - Predmer i predračun radova.

Projektovanje lokalnih geodetskih mreža

- Pošto se utvrdi konfiguracija terena, sagleda raspoloživi instrumentarij sa svojim karakteristikama i izvrši izbor metode merenja, u postupku **prethodne ocene tačnosti i analize pouzdanosti geodetske mreže**, može se odrediti tačnost i pouzdanost buduće geodetske mreže i njen odnos prema kriterijuma kvaliteta koji su definisani u okviru projektnog zadatka.

Prethodna ocena tačnosti i analiza pouzdanosti geodetske mreže

- Gaus-Markovljev model izravnjanja

$$\mathbf{v} = \mathbf{Ax} + \mathbf{f} \quad \text{– funkcionalni model}$$

$$\mathbf{P}_l = \mathbf{Q}_l^{-1}, E(\mathbf{v}) = \mathbf{0} \quad \text{– stohastički model}$$

- Funkcionalnim modelom je definisana funkcionalna (matematička) veza između merenih veličina i nepoznatih parametara modela
- Stohastički model definiše određene pretpostavke u vezi sa merenjima

Funkcionalni model

• Jednačine popravaka

$$\widehat{\Delta h}_{i-j} = \Delta h_{i-j} + v_{\Delta h_{i-j}} \quad (1)$$

$$\widehat{\Delta h}_{i-j} = \widehat{H}_j - \widehat{H}_i \quad (2)$$

Na osnovu izraza (1) i (2) može se napisati:

$$v_{\Delta h_{i-j}} = (\widehat{H}_j - \widehat{H}_i) - \Delta h_{i-j}, \quad \widehat{H}_j = H_j^0 + dH_j \quad \widehat{H}_i = H_i^0 + dH_i,$$

$$v_{\Delta h_{i-j}} = H_j^0 + dH_j - H_i^0 - dH_i - \Delta h_{i-j},$$

a onda:

$$v_{\Delta h_{i-j}} = dH_j - dH_i + f_{\Delta h_{i-j}}, \quad f_{\Delta h_{i-j}} = (H_j^0 - H_i^0) - \Delta h_{i-j}.$$

Funkcionalni model

• Primer – jednodimenzionalna geodetska mreža

Za potrebe praćenja izgradnje objekta, projektovana je jednodimenzionalna geodetska mreža. Merenja u mreži potrebno realizovati metodom geometrijskog nivelmana u zatvorenim nivelmanskim vlakovima. Standard merenja visinskih razlika iznosi 1 mm/km. Na osnovu definisanog plana opažanja potrebno je sprovesti postupak prethodne ocene tačnosti i analize pouzdanosti:

- Kada je datum definisan na klasičan način reperom 1 (H_1);
- Kada je datum definisan minimalnim tragom kofaktorske matrice $\mathbf{Q}_{\hat{x}}$;
- Kada je datum fiksiran reperima 1 i 2 (neslobodna mreža).

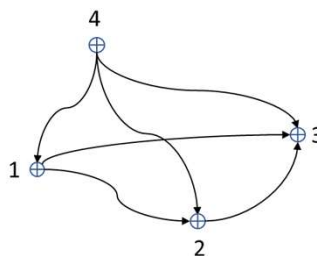
Jednačine popravaka:

$$v_{\Delta h_{1-2}} = dH_2 - dH_1 + f_{\Delta h_{1-2}}, \quad f_{\Delta h_{1-2}} = (H_2^0 - H_1^0) - \Delta h_{1-2}$$

$$v_{\Delta h_{2-3}} = dH_3 - dH_2 + f_{\Delta h_{2-3}}, \quad f_{\Delta h_{2-3}} = (H_3^0 - H_2^0) - \Delta h_{2-3}$$

⋮

$$v_{\Delta h_{4-3}} = dH_3 - dH_4 + f_{\Delta h_{4-3}}, \quad f_{\Delta h_{4-3}} = (H_3^0 - H_4^0) - \Delta h_{4-3}$$



Formiranje matrice dizajna:

$$\mathbf{A} = \begin{matrix} & dH_1 & dH_2 & dH_3 & dH_4 \\ \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} & \begin{matrix} v_{\Delta h_{1-2}} \\ v_{\Delta h_{2-3}} \\ v_{\Delta h_{1-3}} \\ v_{\Delta h_{4-1}} \\ v_{\Delta h_{4-2}} \\ v_{\Delta h_{4-3}} \end{matrix} \end{matrix}$$

Stohastički model

• Primer – jednodimenzionalna geodetska mreža

Računanje standardnih devijacija visinskih razlika:

$$\sigma_{\Delta h_{i-j}} = S_{i-j}[\text{km}] \cdot \sigma_{\Delta h}$$

S_{i-j} - dužina nivelmanske strane

$\sigma_{\Delta h}$ [ppm] - standard merenja instrumenta

Homogenizacija težina:

$$P_{\Delta h_{i-j}} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{\Delta h_{i-j}}^2}$$

Za σ_0 usvojiti vrednost 1!

$$P_{\Delta h_{1-2}} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{\Delta h_{1-2}}^2}, \dots, P_{\Delta h_{4-3}} = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_{\Delta h_{4-3}}^2}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{\Delta h_{1-2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_{\Delta h_{2-3}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{\Delta h_{1-3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{\Delta h_{4-1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{\Delta h_{4-2}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{\Delta h_{4-3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta h_{1-2} \\ \Delta h_{2-3} \\ \Delta h_{1-3} \\ \Delta h_{4-1} \\ \Delta h_{4-2} \\ \Delta h_{4-3} \end{bmatrix}$$

Primena metoda najmanjih kvadrata (MNK)

• Sistem normalnih jednačina

$$\mathbf{N}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{n} = \mathbf{0}$$

$$\mathbf{N} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{f}$$

• Ocena nepoznatih parametara i popravaka merenih veličina

$$\hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{n}, \mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{N}^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{f}$$

Kontrola računanja:

$$\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}} \equiv \mathbf{f}^T \mathbf{P} \mathbf{f} + \mathbf{n}^T \hat{\mathbf{x}}$$

• Ocena disperzionog koeficijenta

$$m_0^2 = \frac{\hat{\mathbf{v}}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{v}}}{f} \quad f = n - u + d, \quad n - \text{broj merenja}, \quad u - \text{broj nepoznatih parametara}, \\ d - \text{defekt datuma geodetske mreže}$$